

---

**野溪水位與流量關係之試驗研究**  
**Experimental Research of the Relationship**  
**between Water Stage and Flowrate in**  
**Torrent**

---

**成果報告書**

執行單位：逢甲大學水利工程與資源保育學系

執行期間：112 年 01 月至 112 年 12 月

計畫主持人：連惠邦 特聘教授

**農業部農村發展及水土保持署 編印**

**中華民國 112 年 12 月**

（本報告書內容及建議純屬執行單位意見，僅供本署施政參考）

## 中文摘要

本研究利用室內渠槽試驗數據建立了水位與流量之關係式，可以較好地反映出防砂壩溢洪口斷面端緣水深與過壩水流流量之關係。根據試驗數據分析結果，端深比關係式可表為：

$$\frac{y_b}{y_c} = 0.786 - 1.968 \left[ \frac{\sqrt{S_e}}{d_{50}^{1/6}} \left( \frac{b}{B} \right) \right]$$

式中， $d_{50}$ =中值粒徑(mm)； $S_e$ =底床坡度； $b$ =溢洪口斷面底寬； $B$ =渠道平均寬度。在實際應用時，當底床坡度( $S_e$ )、中值粒徑( $d_{50}$ )、側坡斜率( $m$ )及束縮係數( $b/B$ )等為已知時，由實測端緣水深( $y_b$ )代入上式可得臨界水深，則其相應之過壩水流流量為：

$$Q = \sqrt{\frac{g \left[ (b + m y_c) y_c \right]^3}{b + 2 m y_c}}$$

上式適用於梯形溢洪口斷面。當側坡斜率 $m = 0$ 時，由上式可得矩形溢洪口斷面之過壩水流流量與臨界水深之關係為：

$$Q = b \sqrt{g y_c^3}$$

此外，端深比關係式中之束縮係數，係表徵溢洪口斷面對水流的阻滯作用。當束縮係數 $\lambda \approx 0$ 時，由端深比關係式可得端深比趨近於 0.786。換言之，在各種條件下最大端深比 $(y_b / y_c)_{\max} = 0.786$ ，此結果與以往研究結果頗為符合。

不過，端深比關係式是通過室內渠槽試驗所建立，與現地實際狀況存在的誤差範圍無從得知，而唯一解決的方案是測定河溪水流流量的實際值來進行校正。因此，除了建立端深比關係式外，建議

應於河溪現地之適當部位規劃布設堰(weir)，藉以測定水流實際流量，如此即能較好地掌握河溪水流流量。

**關鍵字：**端深比、臨界水深、束縮係數、堰

## ABSTRACT

This study uses indoor channel test data to establish the relationship between water stage and discharge, which can better reflect the relationship between the end depth of the check dam spillway section and the discharge of the water flowing through the dam. According to the test data analysis results, the end-depth ratio relationship can be expressed as:

$$\frac{y_b}{y_c} = 0.786 - 1.968 \left[ \frac{\sqrt{S_e}}{d_{50}^{1/6}} \left( \frac{b}{B} \right) \right]$$

Where,  $d_{50}$  = median particle size (mm);  $S_e$  = bed slope;  $b$  = bottom width of spillway section;  $B$  = average channel width. In practical applications, when the bed slope ( $S_e$ ), median particle size ( $d_{50}$ ), side slope slope ( $m$ ) and contraction coefficient ( $b / B$ ) are known, the critical depth can be obtained by substituting the measured end depth ( $y_b$ ) into the above formula, then the corresponding discharge is:

$$Q = \sqrt{\frac{g [(b + m y_c) y_c]^3}{b + 2 m y_c}}$$

The above formula is suitable for the trapezoidal spillway section. When the side slope  $m = 0$ , the relationship between the discharge and the critical depth of the rectangular spillway section can be obtained from the above formula:

$$Q = b \sqrt{g y_c^3}$$

In addition, the contraction coefficient in the end-depth ratio relationship represents the blocking effect of the spillway section on the water flow. When the contraction coefficient  $\lambda \approx 0$ , it can be seen from the end-depth ratio relationship that the end-depth ratio approaches 0.786. In other words, under various conditions, the maximum end-to-depth ratio

$(y_b / y_c)_{\max} = 0.786$  , and this result is quite consistent with the results of previous studies.

However, the end-depth ratio relationship was established through indoor channel testing, and the error range between it and the actual situation on site cannot be known. The only solution is to measure the actual value of the river flow for correction. Therefore, in addition to establishing the end-depth ratio relationship, it is recommended that weirs should be planned and laid out at appropriate parts of the torrent to measure the actual discharge, so that the discharge of torrent can be better understood.

**Key word : end-depth ratio, critical depth, contraction coefficient, weir**

# 目錄

中文摘要.....	I
ABSTRACT.....	III
目錄.....	1
第一章 概述.....	5
第一節 前言.....	5
第二節 研究目標.....	5
第三節 工作項目.....	6
第四節 工作進度及期限.....	6
第五節 工作流程.....	7
第二章 文獻回顧.....	8
第一節 水位測站位置分析.....	8
第二節 以往研究成果.....	12
第三章 理論推導.....	20
第一節 水位流量關係.....	20
第二節 不穩定的水位流量關係.....	22
第三節 穩定的水位流量關係.....	23
第四章 室內渠槽試驗.....	28
第一節 試驗目的與設備.....	28
第二節 試驗條件.....	28
第三節 渠槽試驗布置.....	32
第四節 試驗流程.....	32
第五節 參數量測方法.....	34
第五章 試驗資料分析與討論.....	37
第一節 原始試驗數據.....	37

第二節 數據分析與討論.....	46
第三節 實務應用說明.....	51
第六章 結論與建議 .....	54
第一節 結論.....	54
第二節 建議.....	57
參考文獻.....	59

## 附錄一、審查意見回覆情形

## 表目錄

表 1.1 預定工作進度表 .....	6
表 4.1 曼寧粗糙係數經驗公式一覽表 .....	29
表 4.2 泥砂顆粒組成一覽表 .....	30
表 5-1 原始試驗數據一覽表 .....	39



## 圖目錄

圖 1.1 本研究工作流程 .....	7
圖 2.1 野溪防砂壩水位測站 .....	9
圖 2.2 橋梁上設置水位站 .....	10
圖 2.3 過壩水流臨界流斷面與端緣水深示意圖 .....	12
圖 3.1 穩定型水位流量關係曲線 .....	20
圖 3.2 不穩定型水位流量關係曲線 .....	21
圖 3.3 防砂壩上游淤砂坡度變遷示意圖 .....	25
圖 3.4 $Q-y$ 理論關係曲線推導之簡易流程圖 .....	27
圖 4.1 室內可變坡度渠槽 .....	28
圖 4.2 實驗用泥砂顆粒累積分布曲線 .....	30
圖 4.3 防砂壩溢洪口梯形斷面示意圖 .....	31
圖 4.3 渠槽試驗布置 .....	32
圖 4.4 室內渠槽試驗流程 .....	33
圖 4.5 以採用粒徑組成黏貼於木心板上形成壩體上游固定底床 .....	34
圖 4.6 探針式水位量測裝置 .....	35
圖 4.7 流量量測裝置 .....	36
圖 5.1 壩體上游 30cm 處底床坡度與福祿數之關係圖 .....	47
圖 5.2 端深比與底床坡度之關係圖 .....	48
圖 5.3 梯形溢洪口端緣水深與端緣水力半徑比較圖 .....	49
圖 5.4 矩形溢洪口端緣水深與端緣水力半徑比較圖 .....	49
圖 5.5 端深比與底床坡度及其中值粒徑之關係圖 .....	50
圖 5.6 端深比與底床坡度、中值粒徑及束縮係數之關係圖 .....	50
圖 5.7 流量與壩體上游底床坡度之關係圖 .....	52

# 第一章 概述

## 第一節 前言

近年來，為了提升邊坡及野溪不安定土砂所引發之各種水、砂災害的防治技術，通過現地調查或相關觀測儀器蒐集整合各種實測數據的分析和評估，實為精進坡地災害模擬、預測、治理和防災整備等各項工作之根本。為此，轄管山坡地各種災害之農業部農村發展與水土保持署順應實際需求而建立「水情觀測數據平台」，藉以蒐集歷年山坡地範圍之雨量、水位、懸浮載、推移載、濁度及沖刷深度等多項觀測數據，以為後續應用之參採。不過，這些觀測數據多僅止於存儲數據庫內，而尚未導入數學方法進行加值分析，所以還不能完全發揮數據平台之功能。以野溪水位(stage)觀測數據為例，不僅是野溪各項觀測之基礎，亦為水、砂災害模擬、野溪治理工程、水資源利用、生態棲地復育、小水力發電(small hydroelectricity)、集水區水源涵養等規劃設計不可或缺之重要數據，但是純粹水位數據之應用範圍相當有限，通常必須將之轉換為流量(discharge)，並建立水位流量關係(stage-discharge relation)，或謂率定曲線(rating curve)，才能最大程度地發揮水位觀測之效能。

## 第二節 研究目標

野溪水位觀測數據是水文測驗的重要環節之一，而由此建立之水位流量關係，更是水位觀測數據極為重要的分析成果，亦為野溪各項議題規劃設計的重要依據。因此，本研究係以建立「**野溪水位流量關係曲線(或率定曲線)**」為目標，擬通過文獻蒐集、理論推導、室內渠槽試驗及數據分析等建立水位流量關係，同時從實務角度，

提出後續應用方式與限制，以供參採。

### 第三節 工作項目

為達成本研究之目標，茲擬定五項主要工作項目，包括：

- 一、相關文獻蒐集
- 二、水位流量關係理論推導
- 三、渠槽試驗與分析
- 四、試驗數據分析與討論
- 五、結論與建議

### 第四節 工作進度及期限

本計畫自民國 112 年 1 月至民國 112 年 12 月完成，並依據擬訂工作進度執行，如表 1.1 所示。

表 1.1 預定工作進度表

重要工作項目	工作比重%	預定進度	108			
			1-3 月	4-6 月	7-9 月	10-12 月
相關文獻蒐集	10	工作量或內容	相關文獻蒐集			
		累計百分比	100	100	100	100
水位流量關係理論推導尺寸	25	工作量或內容	理論推導			
		累計百分比	100		100	100
渠槽試驗與分析	35	工作量或內容		渠槽布置與試驗		
		累計百分比		100		100
結果分析與討論	25	工作量或內容			試驗資料分析與討論	
		累計百分比			100	100
結論與建議	5	累計百分比			100	100
百分比			30	55	100	100

# 第五節 工作流程

依據工作項目，本研究擬定工作流程如圖 1.1 所示。

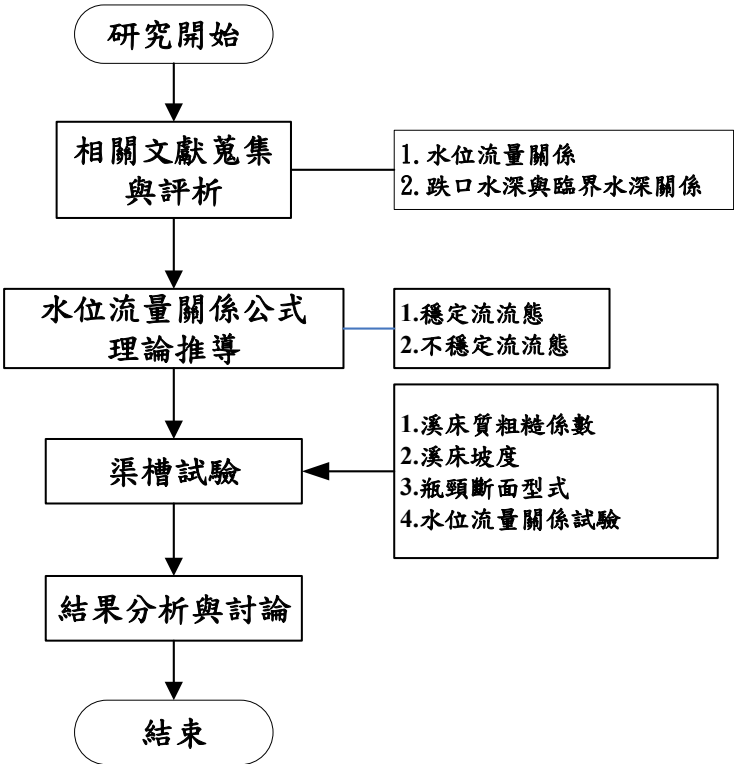


圖 1.1 本研究工作流程

## 第二章 文獻回顧

水位流量關係是指野溪或渠道中某斷面的流量和與之相應水位之間的對應關係。此項關係必須根據該斷面的多次實測流量與相應水位的數據來確定。一般，常以水位為縱坐標，流量為橫坐標的水位流量關係曲線來表示，有時也可以擬合適當的數學方程式，還可以根據曲線或方程式列出便於查讀的水位流量關係表。

### 第一節 水位測站位置分析

為建立河溪水位流量關係，必須選定適當測站位置，而理想的水位測站常設置於河段順直、斷面比較規則、水流穩定、無分流、橫流和無亂石阻礙的河段；同時，為使水位與流量關係穩定，宜避開回水、上下游築壩、引水等因素的影響。但是，臺灣上游集水區野溪具有集水區小、坡陡流急、沖淤劇烈與洪枯懸殊等特殊環境與水文特性，鮮少有理想的水位測站。一般，為了取得較為準確且方便觀測起見，經常設置於橋梁所在斷面或防砂壩(或潛壩)壩頂(或溢洪口斷面底部)，如圖 2.1 為設置於防砂壩上之水位測站。



圖 2.1 野溪防砂壩水位測站

#### 一、水位測站設於橋梁斷面

位於野溪中的橋梁，由於受到橋墩或橋台的阻水效應而束縮水流，使得過橋水流局部動能獲得提升，常常造成橋梁下游溪床的局部沖刷。為了避免局部沖刷造成毀橋事件，於橋梁下游適當位置布設(系列)固床工，以鞏固溪床免於持續沖刷擴大，並因此形成較為穩定的河段。加上，橋梁為跨越野溪之構造物，可以配合野溪主流流路於橋上架設水位觀測儀器，故橋梁常為野溪作為水位測站的理想區位，如圖 2.2 所示。不過，在流量測驗時，必須不定時採用流速儀或浮標測法觀測水流平均流速( $V$ )，再配合測得之通水斷面( $A$ )求算流量。姑且不論平均流速測驗的準確性，該法僅適用於野溪中、低流量下之間接測驗方法。於洪水期間，河溪流量隨時間急劇變化，流量測驗很難滿足瞬時性和同步性條件，加上施測困難、危險性高、精度較低等問題，使得洪水過程的水位流量關係付之闕如，但這些全洪程數據在野溪的相關議題上，又占有極為重要之影響。

總之，為了較精確擬合野溪全洪程之水位流量關係，以橋梁作為水位或流量測站實有其難以克服的盲點，非良好的測站位址。



圖 2.2 橋梁上設置水位站

## 二、水位測站設於防砂壩壩頂上

防砂壩過壩水流因溪床高程突然下降而形成自由射流(free jet)，因而常被視為水理瓶頸斷面(choking section)，不僅該斷面存在臨界流(critical flow)特性，可以由水位觀測數據直接推估其相應之流量，而且具有斷面固定、沖淤變化小、無回水影響等優勢，可以較準確地確定過壩水流之水位流量關係。例如，根據防砂壩溢洪口斷面設計，當防砂壩上游未遭泥砂淤滿時，過壩水流通常屬於堰流(weir flow)流態，以梯形斷面為例，其水深與流量關係可表為(水土保持局，2017)：

$$Q = (1.77b_o + 1.42h)h^{1.5} \quad (2.1)$$

式中， $Q$ =過壩流量(cms)； $b_o$ =溢洪口斷面底寬(m)； $h$ =溢流水深(m)。由式(2.1)得知，理論上只要測得過壩水流之水位(或水深)就可以直接計算過壩流量，大大省去了量測斷面流速及斷面

積來計算流量的複雜過程，故已成為野溪水位測站的首選地點。

不過，當防砂壩上游遭泥砂淤滿之後，因過壩水流會從堰流轉變為明渠流(open channel flow)，其水位與流量關係也會因此發生變化，如圖 2.3 所示。圖中，假設過壩水流存在一臨界流斷面，其流量可表為：

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \quad (2.2)$$

式中， $Q$ =過壩水流流量； $A_c$ =於臨界流斷面之通水斷面積； $T_c$ =於臨界流斷面之水面寬； $g$ =重力加速度。其中， $T_c$ 及 $A_c$ 均為臨界水深 $y_c$ 的函數。對於斷面尺寸給定的任意形狀渠道，在通過一定的流量時，可應用上式求其臨界水深 $y_c$ 。以矩形斷面為例，通水斷面積 $A=By$ ，且水面寬度 $T=B$ ，則當 $y=y_c$ 時， $A=By_c$ 及 $T_c=B$ ，代入式(2.2)可得

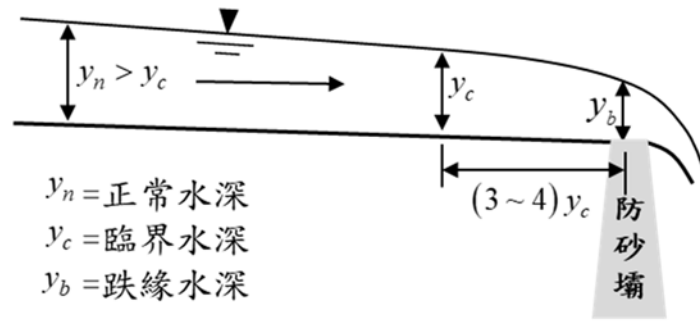
$$\frac{B^3 y_c^3}{B} = \frac{Q^2}{g} \quad (2.3)$$

上式經整理可得臨界水深

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g B^2}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (2.4)$$

式中， $q$ =單寬流量，即 $q=Q/B$ 。表面上，即便防砂壩上游貯砂空間遭土砂淤滿的情況下，亦可應用臨界流公式推估水位流量關係，但是從圖 2.3 得知，臨界流斷面會隨著水深及流量改變而變動[約 $(3-4)y_c$ ]，這對固定的水位測站甚是不便，也存在一定的誤差。





資料來源：

圖 2.3 過壩水流臨界流斷面與端緣水深示意圖

## 第二節 以往研究成果

通常，為了解決臨界流斷面會隨著水深或流量而變化的問題，實務上多數以壩頂跌緣水深(brink depth,  $y_b$ )或端緣水深(end depth)替代之，如圖 2.3 所示。以下就端緣水深與臨界水深關係的相關研究成果，彙整如下：

### 一、矩形斷面

1. Hunter Rouse(1936)是第一個發現自由跌水端緣水深的有趣特徵的研究者。他在亞臨界流動條件下的緩坡矩形渠道(mild sloping rectangular channel)中進行了實驗，並得出如果下射水舌下部和上部的壓力均為大氣壓力之情況下，端緣水深為臨界水深的 0.715 倍，即端深比(EDR)  $y_b / y_c = 0.715$ 。
2. Delleur 等(1956)利用反坡、緩坡和陡坡渠道(adverse, mild and steep channels)的實驗數據研究了端深比( $y_b / y_c$ )的變化，發現對於矩形渠道，端深比( $y_b / y_c$ )僅取決於光滑表面和粗糙表面的相對坡度( $S_o / S_c$ )，同時提出壓力係數隨相對坡度的變化，即：

$$\begin{aligned}
K &= 0.6 & S_o / S_c &< -5.0 \\
K &= 0.3 + (1 - S_o / S_c) / 8 & -5.0 &< S_o / S_c < 1.0 \\
K &= 0.3 & S_o / S_c &< 1.0
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Rajaratnam 和 Muralidhar(1964)在具有光滑表面的矩形渠道上進行了大範圍斜坡的實驗。通過水平渠道試驗發現， $y_b / y_c$  和  $K$  隨渠道形狀的變化而變化，對於傾斜渠道， $K$  是相對坡度  $S_o / S_c$  的函數。

3. Replogle(1962)基於迪斯卡動量方程(Diskin's momentum equation)中的幾個假設，對矩形渠道進行了研究。他建立了相似的動量方程，表明能量修正因子( $\alpha$ )、動量修正因子( $\beta$ )和殘餘壓力的影響很小。對於矩形自由跌水，發現速度比( $u_b / u_c$ )和水深比( $y_b / y_c$ )均為 1.397 和 0.716。Replogle 得出的結論是在渠形渠道的跌水過程中，只有端部壓力有效地促進了深度比從 1.5 降低到 1.428。EDR 測量值與 0.715 的剩餘偏差可能是由於  $\alpha$  值測量不準確和實際壓力分布偏離拋物線假設所致。

4. Anderson(1967)(Strelkoff et.al, 1970)提出了一種用不同方法計算端緣深度的方法，即在端緣分別導出渠道和下射水舌區的水面剖面方程並進行匹配。對於矩形通道，得到的方程是

$$4\left(\frac{y_b}{y_c}\right)^3 - 6\left(\frac{E}{y_c}\right)\left(\frac{y_b}{y_c}\right)^2 + 3 = 0 \tag{2.6}$$

式中， $E$ =在端緣處之比能(specific energy)。在亞臨界流流況下，上式可寫為：

$$4\left(\frac{y_b}{y_c}\right)^3 - 9\left(\frac{y_b}{y_c}\right)^2 + 3 = 0 \tag{2.7}$$

由上式可解得  $y_b / y_c = 0.694$ ，較 Hunter Rous (1936) 的 0.715，減少約 3%。

5. Strelkoff 和 Moyer (1970) 根據勢能理論研究了矩形渠道之自由跌水問題。在這個方法中，邊界值被表述為一個積分方程，然後數值求解。結果與 Hunter Rouse (1936) 的結果一致，但當福祿數  $F_r = 1$  時，EDR 為 0.672，略低於相應的實驗值。
6. Ferro (1992) 使用自由溢流作為流量測量結構來建立端緣深度和臨界深度之間的關係。他在一個具有不同寬度之矩形渠道中進行了自由跌水實驗，結果表明在實際應用中，端緣深度  $y_b$  與壓力係數 ( $K$ ) 之間的關係與渠道寬度無關。在實驗工作上，利用這一關係，結果 89.9% 的估算流量在  $\pm 5\%$  誤差範圍內。
7. Rai (1993) 研究了矩形渠道和非約束性水舌的端緣深度問題。結果發現，平均端深比 ( $y_b / y_c$ ) 為 0.712。對於傾斜渠道，端深比被發現是相對坡度 ( $S_o / S_c$ ) 的函數。對於相對坡度為 +5.0 的情況，發現端深比是水平矩形渠道端深比的 76.14%。
8. Tiwari (1994) 應用動量法和計算機軟體，開發了矩形渠道自由跌水的表達式，發現表面臨界斷面位於水平渠道端部上游  $3.27 y_c$  的距離，是坡度  $S_o$  的函數。對於水平渠道，端深比為 0.66667，與 Diskin 給出的數值相同。對於傾斜的渠道，EDR 被發現是相對坡度的一個函數。
9. Davis 等人 (1998) 對不同坡度和床面粗糙度的矩形渠道的自由跌水進行了實驗研究。實驗是在一個金屬矩形水槽中進行的，水槽兩側為玻璃，寬度為 305mm，長度為 3.7m。它有一個噴漆的鋼床，粗糙係數  $n$  為 0.0099。經實驗發現，上游臨

界深度和端緣深度之間的關係受坡度和渠床粗糙度的影響，粗糙度在較陡的坡度上有較大的影響。為計算這種關係提出了兩個經驗方程，第一個方程只需要渠道坡度數據，第二個方程需要渠道坡度和粗糙度數據，即

$$y_b / y_c = 134.84S_o^2 - 12.66S_o + 0.778 \quad (2.8)$$

$$y_b / y_c = 0.864 - 0.219(\sqrt{S_o} / n) \quad (2.9)$$

Davis 等人發現，第一種關係對 76.7%的流量的預測準確率在 10%以內，如果不知道床面粗糙度，則對流量的估計更有用。第二種關係對 90%的流量的預測在 10%以內。

10. Ahmed (2003) 發展了一種近似理論方法，用於確定矩形渠道在亞臨界和超臨界流流況下之端深比。結果顯示，對於亞臨界流況下之束縮水舌，EDR 等於 0.78，對非束縮水舌等於 0.758；對於超臨界流況，EDR 隨著相對坡度( $S_o / S_c$ )和  $y_c / B$  的增加而減少。
11. Tigrek 等人(2008)進行了一項實驗研究，以獲得矩形自由跌水的端緣水深與流量之間的關係。在一個寬度為 1.0m、長度為 12.06,的傾斜矩形水槽中進行了一系列的實驗，包括亞臨界和超臨界的流動條件。經實驗分析結果，端深比和流量之方程式可表為：

$$\begin{aligned} y_b / y_c &= 0.683 \quad F_r \leq 1 \\ y_b / y_c &= 0.773 - 0.018(\sqrt{S_o} / n) \quad F_r > 1 \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$q = C_d y_b^{3/2} \quad (2.11)$$

$$C_d = 5.55 \quad F_r \leq 1$$

$$C_d = \left\{ 1 / \left[ 0.361 - \left( 0.00841 \frac{\sqrt{S_o}}{n} \right) \right] \right\}^{3/2} \quad (2.12)$$

12. Mohammed 等人(2011)進行了一項實驗研究，以確定礫石粗糙度和渠道坡度對矩形自由跌水的影響。實驗在一個金屬矩形水槽中進行，水槽兩側為玻璃，寬度為 300mm，長度為 10m。水槽的坡度分別設置為 0、1/200、1/100。對於各種類型的粗糙度，端深比表示為

$$y_b / y_c = C_1 + C_2 \left[ (k / y_c) S_o \right]^{0.5} \quad (2.13)$$

$C_1$  和  $C_2$  在床面和坡面不同的礫石粗糙度分布中是不同的。研究發現，對於尺寸為 20cm×30cm 的全部河床，鋪上兩排 6mm 的礫石的粗糙度， $y_b / y_c$  在較陡的坡度上有更大的影響。

13. Sonali Swetapadma 等人(2015)基於：(1)渠床泥砂為鬆散堆積層；(2)床面剪應力大於臨界剪應力，保證泥砂處於運動狀態；(3)考量剪應力之影響，同時用動量法分析自由跌水部分等假設條件，以實驗方式探討光滑矩形渠道中自由跌水之端深比與流量之關係。研究皆果顯示，端深比與相對坡度，以及原渠道坡度的二次方程式關係密切，即

$$y_b / y_c = -0.240(S_o / S_c) + 0.725 \quad (2.14)$$

$$y_b / y_c = 1653S_o^2 - 31.63S_o + 0.759 \quad (2.15)$$

由上式，令  $y_b / y_c = \varphi_1(S_o)$ ，且  $y_c = (q^2 / g)^{1/3}$ ，則可得

$$Q = y_b^{3/2} B \sqrt{\frac{g}{\varphi(S_o)}} \quad (2.16)$$

式中， $\varphi(S_o) = [\varphi_1(S_o)]^3$ 。因此，從式()來看，如果床面坡度

和端緣深度是已知的，就可以直接計算流量可以直接計算。

## 二、梯形斷面

1. Diskin(1961)利用動量原理建立了指數型和梯形渠道的末端深度計算方程：

$$X_c = 1/2 \left[ -1 + (1 + 4Z_c)^{1/2} \right] \quad (2.17)$$

$$Z_c = \left[ 6X_c(1 + X_c)^3 \right] / (9 + 20X_c + 10X_c^2) \quad (2.18)$$

式中， $X_c = my_c / B$ ； $m$  = 側坡斜率。

2. Rajaratnam 和 Muralidhar(1970))在光滑的梯形渠道中進行了跌水實驗，並分析了 Diskin 獲得的數據。結果表明端深比的關係如下：

$$y_b / y_c = f(S_o / S_c, my_c / B) \quad (2.19)$$

3. Gupta 等人(1993)對正、負和水平坡度的光滑梯形自由跌水進行了實驗研究。他們使用無因次參數 $[Qm^{1.5} / \sqrt{bB^{2.5}}]$ 和 $[e^{5.5S} my_b / B]$ 作為校準曲線，預測在已知端緣水深( $y_b$ )下相應之流量( $Q$ )。結果顯示，校準曲線與數據具有很好的相關性，其相關係數達 0.99753。

4. Litsa 和 Evangelos(1995)通過模擬梯形渠道中流經銳緣堰的流量，考慮到流線的傾斜和邊緣的曲率，研究了梯形渠道中流經跌水落差的問題。獲得了亞臨界和超臨界水流的一般端深-流量關係。

## 三、文獻小結

總結據以往的研究結果，多數係以處理端深比(端緣水深與臨界水深之比，EDR)及其與流量之關係為主。

### (一) 端深比(EDR)

大致介於 0.696~0.781，約略可概分為三群，包括：

1.  $y_b / y_c$  大於 0.715 者，例如 Bauer 和 Graf(1971)為 0.781、Ferr(1992)為 0.760、Gave(1993)為 0.745。
2.  $y_b / y_c = 0.715$  者，包括 Rouse(1936)提出  $y_b / y_c = 0.715$ ，而 Kraijenhoff 和 Dommerholt(1977)也給出了近似結果，即  $y_b / y_c = 0.714$ 。
3.  $y_b / y_c$  小於 0.715 者，Rajaratnam 和 Muralidhar(1968)為 0.705，Hager(1983)為 0.696 及 Marchi(1993)為 0.706。

## (二) 跌水流量

跌水流量與渠道坡度、粗糙係數、斷面形狀、斷面束縮條件及端深比等因素影響。其中，以 Davis 等人(1998)及 Sonali Swetapadma 等人(2015)於矩形渠道的研究成果最具實用性。

### 1. Davis 等人(1998)

根據 Davis 等人(1998)研究成果，由端緣水深、渠道坡度及粗糙係數等可得臨界水深為：

$$y_c = \frac{y_b}{0.864 - 0.219(\sqrt{S_o} / n)} \quad (2.20)$$

由上式可得單寬流量為：

$$q = \left\{ g \left[ \frac{y_b}{0.864 - 0.219(\sqrt{S_o} / n)} \right]^3 \right\}^{1/2} \quad (2.21)$$

### 2. Sonali Swetapadma 等人(2015)

根據 Sonali Swetapadma 等人(2015)研究成果，跌水流量可表為：

$$Q = y_b^{3/2} B \sqrt{\frac{g}{[1653S_o^2 - 31.63S_o + 0.759]^3}} \quad (2.22)$$

#### 四、文獻評價

從文獻內容可以歸納出以下幾各方面，包括：

- (一) 在所有形狀的渠道中，端深比(EDR)是一種簡單的估計流量的方法。到目前為止，它一直受到各種研究人員的關注，並在這一領域開展了大量的工作。
- (二) 已考量亞臨界流、超臨界流及光滑和粗糙渠道等各種狀況下之端緣水深和流量間的特定關係，研究範圍相當全面。
- (三) 以往研究所設定的試驗條件，未充分反映出野溪防砂壩上游溪流條件(如溪床坡度、溪床質)的演變規律，故能否適用於防砂壩上之水位流量關係，尚需進一步驗證。



### 第三章 理論推導

#### 第一節 水位流量關係

根據明渠流水位與流量關係，可分為穩定的和不穩定的兩類。穩定的水位流量關係一般為一條單一曲線，曲線形狀近似拋物線，如圖 3.1 所示。人工修建的河工結構，比如三角堰、人造攔河低堰、橡膠壩和量水堰等構造物可以視為具有穩定的水位流量關係曲線，因為它們基本滿足在同一水位下，斷面面積、斷面形狀、水力比降、粗糙係數等水力因素保持不變，且不受回水、沖淤和泥砂運動的影響。

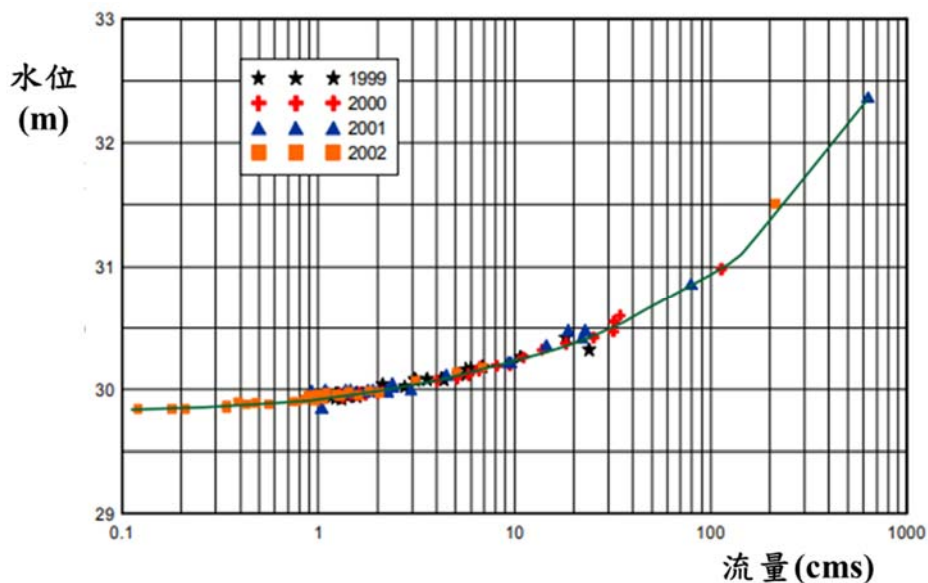


圖 3.1 穩定型水位流量關係曲線

不過在實際天然河溪中，其實是很難存在穩定的水位流量關係曲線，它們受到泥砂淤積、河床沖刷、回水頂托、洪水波漲落等多因素的影響，隨著時間和空間的變化，導致同一水位下會出現幾組不同的流量值，也就是說水位流量關係不是單一的關係，此為不穩定的水位流量關係，其關係曲線可能形成一條以上甚至多條曲線，

且曲線形狀不一，變化複雜，如圖 3.2 所示。

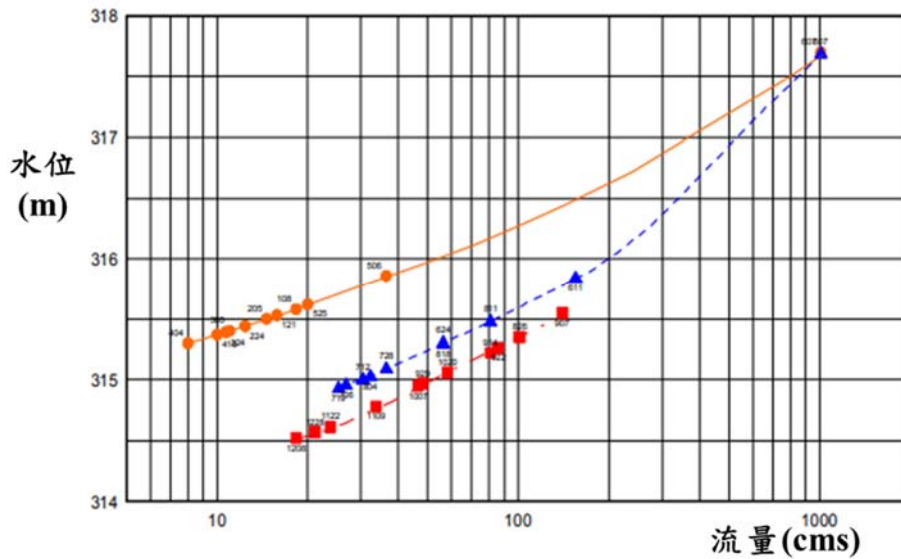


圖 3.2 不穩定型水位流量關係曲線

天然河溪中，造成不穩定的水位流量關係的主要原因，包括：

- 一、河床沖刷或者河道淤積造成河道大斷面變化造成的影響，河床沖刷和淤積主要是造成了河道斷面面積和斷面形狀發生了變化，從根本上影響了通水斷面面積和水流的速度分布。
- 二、受洪水漲落變化影響形成束圈(loop)曲線。對於不穩定的水位流量關係曲線可以下列公式描述洪水漲落對河道水面比降的影響，即

$$Q = \frac{1}{n} R y^{5/3} \left( S_o + \frac{3}{5v} \frac{\partial y}{\partial t} \right) \quad (3.1)$$

式中， $Q$ =水流流量； $n$ =粗糙係數； $R$ =水力半徑； $y$ =水位(或水深)； $S_o$ =溪床坡度； $v$ =水流流速； $t$ =時間。由上式，當處於同一水位  $y$  的情況下，漲水階段  $\partial y / \partial t$  值大於零，而落水階段  $\partial y / \partial t$  值小於零，導致在同一水位下，洪水漲落水不同階段的流量值不一樣，因而形成了束圈曲線。

- 三、回水頂託對水位流量關係的影響。回水對水位流量關係的影響

可用下面的公式進行描述：

$$Q = \frac{1}{n} R y^{5/3} \left( S_o + \frac{3}{5v} \frac{\partial y}{\partial t} - \Delta S_o \right) \quad (3.2)$$

式中， $\Delta S_o$  = 由回水頂托影響造成水面坡降的減少值，它的大小取決於流量 $Q$ 值的大小、斷面下游通洪能力和下游湖泊、水庫和消能池等水體的水位高低等綜合的影響。當 $\Delta S_o$ 大於 $S_o + \frac{3}{5v} \frac{\partial y}{\partial t}$ 值時會出現 $Q$ 為負值的情況，這就是流量回流倒灌，在上游出現大幅度退水時段容易出現。

從上述 3 個方面分析了影響水位流量關係曲線的因素，這些因素是率定水位流量關係曲線的過程中必須要考慮的因素，同時也是水位流量關係曲線必須隨時間變化需要不斷進行修正的原因。不過，對於位於山坡地的許多中小型河溪來說，只要選址適當合理(如防砂壩壩頂溢洪口斷面)，其受沖刷、淤積和回水頂托影響較小，對於洪水漲落影響，基於穩定流條件下推導的水位—流量關係，在漲水階段是偏小的，而在落水階段是偏大的，計算值比較符合綜合水位流量關係曲線的均值過程，因此是可以採用的。

## 第二節 不穩定的水位流量關係

根據美國地質調查所(US Geological Survey, USGS)為了修正水位-流量關係可能受洪水束圈或迴水效應之影響，便發展定值率定落差(rating fall constant)及水位函數率定落差(rating fall a function of stage)兩修正方法(Rantz, 1982)，以修正可能受到影響之觀測資料所建立之水位流量率定關係。此外，Rouse (1950)推導在相同水位條件下之穩定與不穩定之水位流量關係式：

$$\frac{Q}{Q_o} = \sqrt{1 + \frac{1}{S_o v_w} \frac{\partial y}{\partial t}} \quad (3.3)$$

式中， $Q$ =不穩定流量； $Q_o$ 、 $S_o$ =穩定均勻流條件下之流量(參考流量)與溪床坡降； $v_w$ =波速； $\partial y / \partial t$ =水位變化率。

Schmidt(2002)檢討動量方程式之物理機制，將實際及參考流量比關係重新整理並簡化為：

$$\frac{Q}{Q_o} = \frac{KA\sqrt{R}}{K_o A_o \sqrt{R_o}} \sqrt{\frac{S_o - (1 - F^2) \frac{\partial y}{\partial x}}{S_o}} \quad (3.4)$$

式中， $F$ =水流福祿數； $x$ =水流沿程流向。

### 第三節 穩定的水位流量關係

穩定的水位流量關係是指在較長時期內，某斷面的實測流量與相應水位的點據呈密集帶狀分布，可用一條單一曲線來表示，這就是穩定的水位流量關係。水位流量關係是否穩定，必須具備下列條件之一：

- 一、斷面面積、水力比降和粗糙係數等水力要素在同一水位時，維持不變。
- 二、在同一水位時，上述各要素雖有變動，但其變動對水位流量關係的影響可以互相補償。

當滿足上述條件之一時，同一個水位就只有一個相應的流量，水位流量關係就成為單一的曲線。

對於山坡地中小型野溪來說，水位測站架設於防砂壩壩頂的情況下，其受沖刷、淤積和回水頂托影響較小，但對洪水漲落影響，基於穩定流條件下推導的水位—流量關係，在漲水階段是偏小的，而在落水階段是偏大的，計算值比較符合綜合水位流量關係曲線的

平均值。

#### 一、假設條件

為建立過壩下射水流水位流量公式之理論基礎，本研究設定下列條件：

- (一) 防砂壩上游處於淤滿狀況。
- (二) 野溪水位測站設於防砂壩壩頂(跌緣)上。
- (三) 防砂壩溢洪口以梯形斷面為原則。
- (四) 考量防砂壩溢洪口對過壩水流的束縮效應。
- (五) 為簡化防砂壩上游淤砂坡度隨著洪水挾砂條件及溪床粒徑組成而變化問題，假設：
  - 1. 洪水過程淤砂坡度為原溪床坡度之 $2/3$ 。
  - 2. 尋常時期淤砂坡度為原溪床坡度之 $1/2$ 。
  - 3. 當溪床粒徑極細時，淤砂坡度可以採用水平方式處理。
- (六) 在已知的溪床坡度及粗糙係數下，防砂壩上游水流處於均勻流流況(uniform flow state)。

防砂壩過壩水流因溪床突然下降而形成之自由溢流或自由跌水(free overfall)，具有流線曲率大及非靜水壓力分布之特點，使得位於壩頂上之端緣水深(brink depth)總是小於臨界水流深度。不過，從以往研究成果得知，端緣水深與臨界水深的比值稱為端深比(EDR)，是可以作為明渠流量估算的一種方法。

如圖 3.3 為防砂壩上游貯砂空間遭土砂淤滿的情況。圖中，壩底上游會形成一新的且緩於原溪床坡度之淤砂坡度，而淤砂坡度與原溪床坡度經大量的調查資料顯示，可表為：

$$S_e = (1/2 \sim 2/3) S_o \quad (3.5)$$

惟具體比例受到尋常時期與洪水過程兩種流況之影響：

(一) 尋常時期：在尋常時期(含洪水過後)，水流中挾砂幾近為零，屬於清水流狀況，此時溪床粒徑分布對壩體上游淤砂坡度具有決定性之影響。一般，當壩上游溪床淤積的粒徑越大，其淤砂坡度越陡。原則上溪床粒徑粗大者採用  $2/3$ ，粒徑較小者用  $1/2$ ，砂或泥岩溪床則採用接近水平或水平之設計淤砂坡度。

(二) 洪水過程：在洪水過程，水流挾帶大量的泥砂進入防砂壩上游之淤砂範圍(參見圖 3.3)時，會因水、砂量體大小而有不同的反應，包括：

1. 當挾砂水流處於「水少砂多」時（例如壩上游邊坡發生崩塌事件等），因溪流處於淤積之發展趨勢，加上壩上游淤砂坡度緩於原溪床坡度之故，必然有部分泥砂在壩體上游淤砂範圍內逐漸落淤，並因此導致溪床坡度漸次增加，通常假設其淤砂坡度等於原溪床坡度之  $2/3$ 。
2. 當挾砂水流處於「水多砂少」時，因水流挾帶的泥砂量未達飽和，勢必會侵蝕溪流固體邊界而使之處於沖刷下降的發展趨勢，即便受到壩頂沖刷基準面之影響，仍會沖刷帶走部分的溪床泥砂，從而促使壩體上游淤砂坡度減緩，此時淤砂坡度約等於原溪床坡度之  $1/2$ ，甚至更緩。

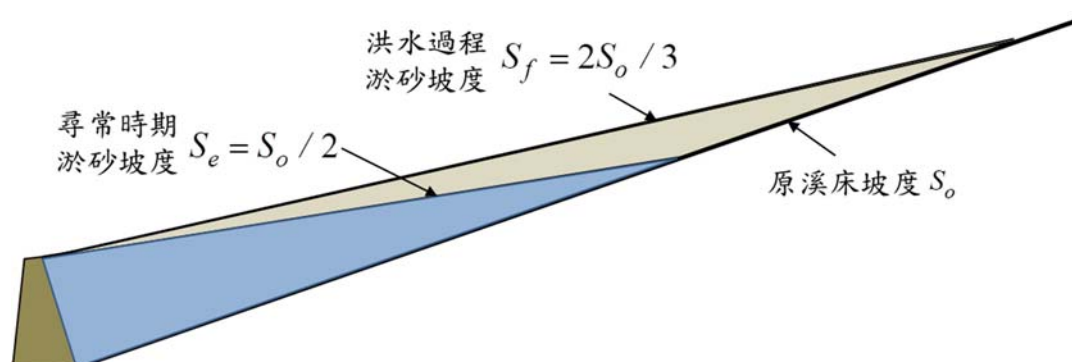


圖 3.3 防砂壩上游淤砂坡度變遷示意圖

綜上所述，壩體上游溪床粒徑及其沖刷、淤積現況是直接影響溪床坡度和端緣水深，從而改變過壩水流流量。據此，假設水流在不同溪床坡度條件下，均能維持均勻流流況時，則由曼寧公式可得：

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} S_o^{1/2} \quad (3.6)$$

上式水力半徑  $R$  可表為：

$$R = \frac{A}{P} \quad (3.7)$$

式中， $A$ =通水斷面積； $P$ =潤濕周長。將式(8)代入式(7)可得

$$Q = \frac{A^{5/3}}{n} P^{-2/3} S_o^{1/2} \quad (3.8)$$

因斷面積與潤濕周均為正常水深之函數，故由不同的水深可得水深—潤濕周長關係曲線  $P = p(y_o)$  和水深—水面線斷面面積關係曲線  $A = a(y_o)$ 。這樣，穩定均勻流流量公式可以表示為：

$$Q = \frac{1}{n} a(y)^{5/3} p(y)^{-2/3} S_o^{1/2} \quad (3.9)$$

由式(3.9)得知，當溪流寬度( $B$ )、側坡斜率( $m$ )、溪床坡降( $S_o$ )和粗糙係數( $n$ )等為已知的情況下，流量( $Q$ )是正常水深( $y_o$ )的函數，從而推導出  $Q - y_o$  理論關係曲線，如圖 3.4 所示。

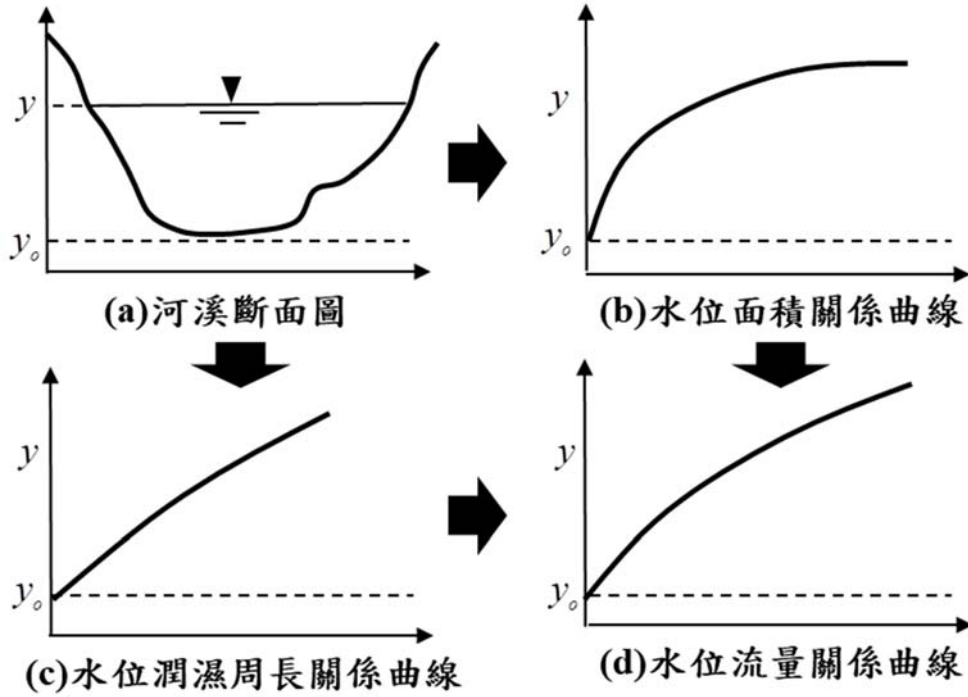


圖 3.4  $Q-y$  理論關係曲線推導之簡易流程圖

但是，位於壩頂跌緣處因水面流線曲率變大，且斷面水壓力呈非線性分布，造成實際端緣水深小於正常水深，即  $y_b < y_o$ ，導致以實測之端緣水深替代正常水深代入式(2.20)時，勢必產生一定程度的誤差。因此，參考以往研究成果，端緣水深與正常水深具有下列關係，即：

$$y_b / y_o = f(S_o, n) \quad (3.10)$$

由上式代入式(3.9)可得

$$Q = f(y_b, n, S_o, m, B) \quad (3.11)$$

由於上式中，溪床坡度和粗糙係數會隨著壩體上游溪床粒徑及其沖刷、淤積現況而調整，目前並無解析解，故必須通過渠槽試驗方式建立其經驗公式。



## 第四章 室內渠槽試驗

### 第一節 試驗目的與設備

本研究試驗目的係基於防砂壩上游淤砂坡度及床面粒徑組成(粗糙係數)之條件下，建立防砂壩溢洪口水位站之水位流量關係—端深比公式。試驗為利用逢甲大學水土環境實驗室可變坡度渠槽裝置進行相關試驗工作，如圖 4.1 所示。該渠槽長度為 510 cm，寬度為 30 cm，可變坡度範圍介於  $0\sim6^\circ$ ，具有定水頭裝置，可提供穩定的試驗流量，最大流量達 0.025cms。



圖 4.1 室內可變坡度渠槽

### 第二節 試驗條件

本研究係通過室內渠槽試驗方式，在已知溪床坡度、粗糙係數及流量下建立端深比公式。各項試驗參數茲分述如下：

#### 一、淤砂坡度

考量壩體上游溪床坡度在洪水過程及尋常時期而改變，故

溪床坡度是本研究試驗的重要參數。依據渠槽可變坡度範圍(溪床坡度)，並考量防砂壩淤砂坡度，本研究茲設定壩體上游淤砂坡度分別為  $S_e=1^\circ$ 、 $3^\circ$  及  $5^\circ$  等，其對應溪床坡度約介於  $2^\circ \sim 7.5^\circ$ 。

## 二、溪床粒徑(粗糙係數)

溪床粒徑除了影響壩體上游溪床坡度外，也反映了不同的粗糙係數，為本研究試驗的關鍵參數之一。本試驗除了由曼寧粗糙係數經驗公式(參見表 4.1)作為選取淤砂床面粒徑組成條件之依據外，同時考量渠槽寬度，最大泥砂顆粒粒徑不宜大於  $0.1 \times B$ ，故在粒徑組成配製之最大泥砂顆粒粒徑應小於 3 cm；另，考量粒徑小於 0.01 mm 時，會因顆粒間的而產生團粒現象。因此，介於粒徑 3 cm 至 0.01 mm 間選取 3 種粒徑組成，如表 4.2 所示。表中，3 組粒徑組成之  $d_{50}$  分別為 3.68mm、1.98mm、2.38mm，其粒徑分布如圖 4.2 所示。

表 4.1 曼寧粗糙係數經驗公式一覽表

學者	公式	粒徑單位
Meyer-peter uller(1948)	$n = 0.0385 d_{90}^{1/6}$	m
Lane and carlson(1953)	$n = 0.0256 d_{75}^{1/6}$	in
Raudkivi(1976)	$n = 0.013 d_{65}^{1/6}$	mm
Garde and Raju(1978)	$n = 0.039 d_{50}^{1/6}$	ft
Bray(1979)	$n = 0.0593 d_{50}^{0.179}$ $n = 0.0561 d_{65}^{0.179}$ $n = 0.0495 d_{90}^{0.16}$	m
Subramanya(1982)	$n = 0.047 d_{50}^{1/6}$	m
何智武及游功揚(1999)	$n = 0.0625 d_m^{1/6}$	m

資料來源：1.何智武、游功揚，1999；水土保持手冊，2017

表 4.2 泥砂顆粒組成一覽表

組次	粒徑分布(%)			$d_m$ (mm)	$d_{50}$ (mm)
	#4(4.76)	#8(2.38)	#16(1.19)		
粒徑 A	10	75	15	2.44	3.68
粒徑 B	10	15	75	1.72	1.98
粒徑 C	0	100	0	2.38	2.38

註： $d_m$ =平均粒徑

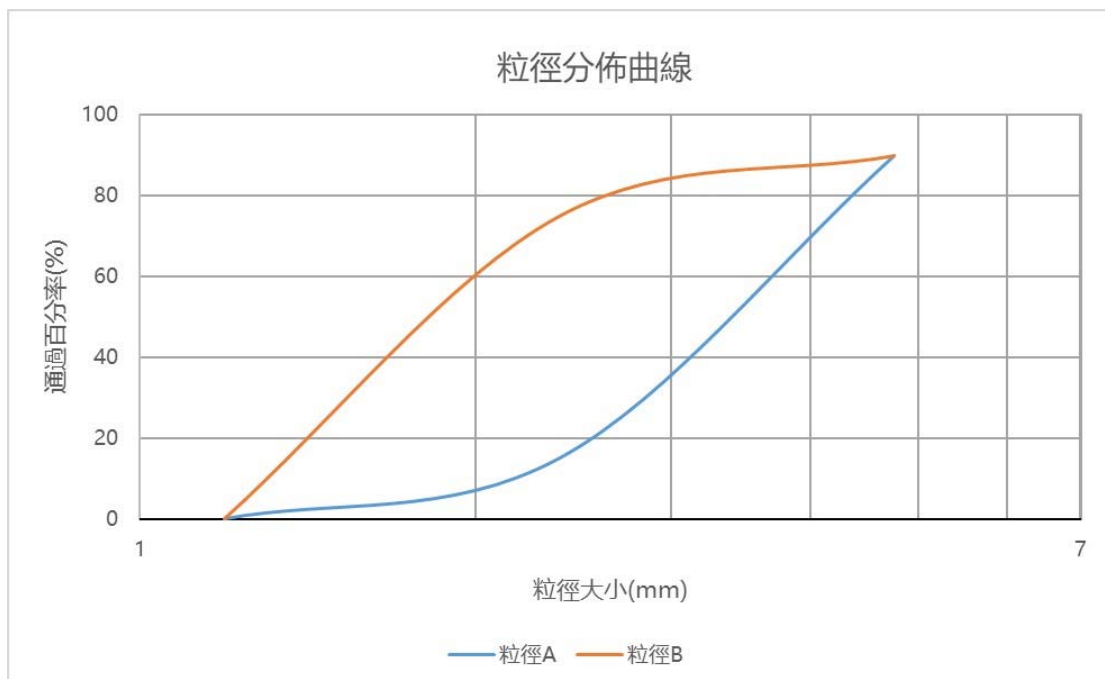


圖 4.2 實驗用泥砂顆粒累積分布曲線

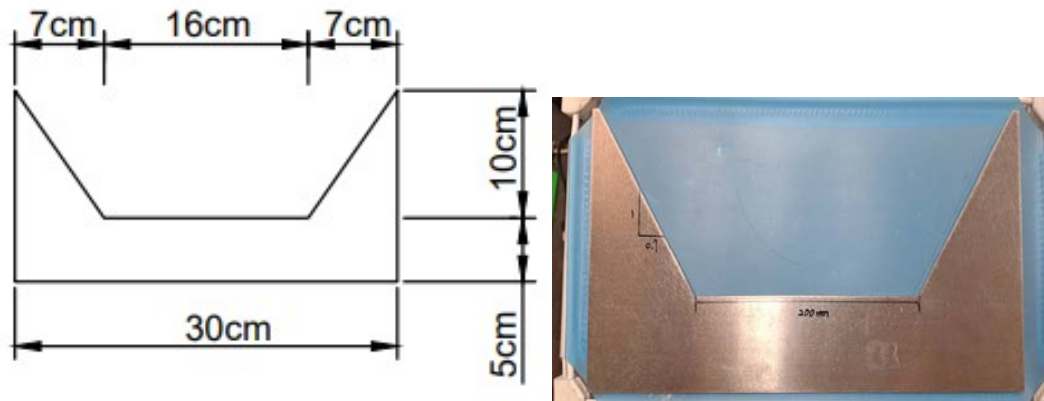
### 三、流量

過壩水流之端緣水深，除了與淤砂坡度及粗糙係數有關外，尚且受到不同流量所控制；換言之，試驗時必須調整幾種不同的流量，並量測在不同淤砂坡度及床面組成下過壩水流之端緣水深，如表 4.3 為本試驗之 3 種流量。

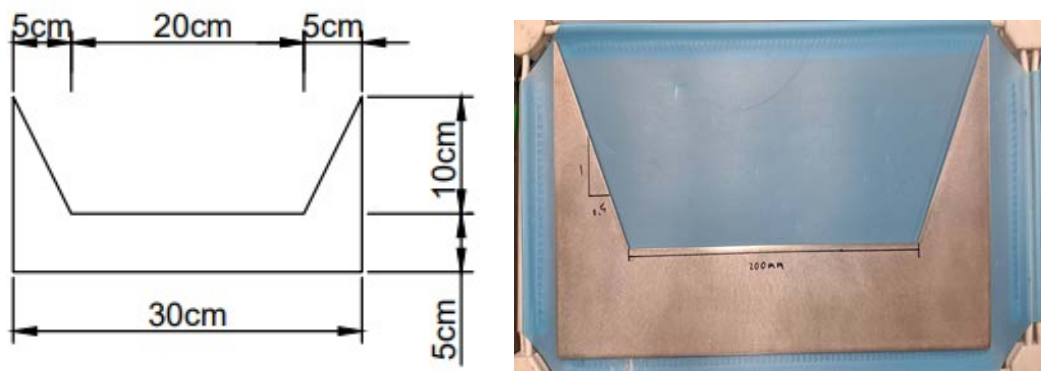
### 四、防砂壩溢洪口斷面

防砂壩溢洪口斷面係表徵水流過壩之難易程度，故亦為影

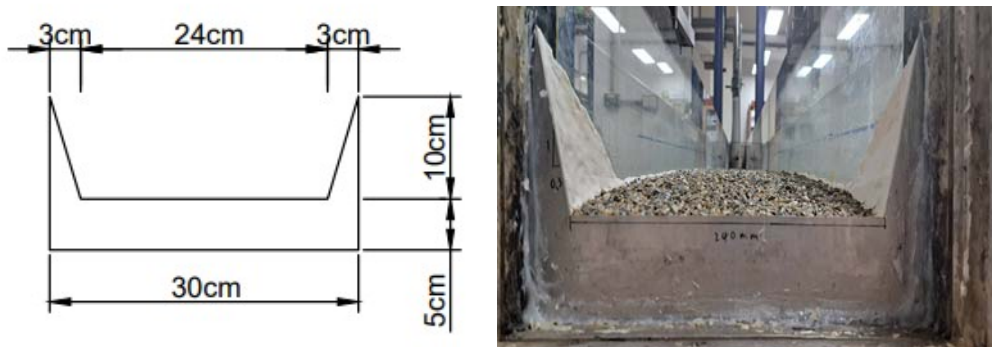
響過壩水流端緣水深之重要參數。在不考量溢流水深時，溢洪口梯形斷面主要是與底部寬度及側坡斜率有關，惟受限於渠寬既有寬度，本試驗茲選取側坡斜率分別為 0.3、0.5 及 0.7 等，其相應之底部寬度分別為 24cm、20cm 及 16cm 等，如圖 4.3 所示。



(a)



(b)



(c)

圖 4.3 防砂壩溢洪口梯形斷面示意圖

### 第三節 渠槽試驗布置

本研究試驗係採用可變坡度玻璃渠槽中進行，其布置如圖 4.3 所示。圖中，渠槽出口設置一銳緣鋼板，作為防砂壩壩頂，在其上游設置水平距離 150cm 的鋪砂試驗段，接著設置約 50cm 長之導流段，使水流得以較平順地進入試驗段。



圖 4.3 渠槽試驗布置

### 第四節 試驗流程

根據研究試驗目的，渠槽試驗流程如圖 4.4 所示。茲簡述如下：

- 一、於玻璃渠槽試驗段鋪設已知粒徑組成之砂石黏貼於木心板上，使之形成穩定的床面，讓水流以清水流形態通過壩頂，如圖 4.5 所示。
- 二、依序調整不同的淤砂坡度、流量及溢洪口梯形斷面等，持續進



行試驗，直到完成各組試驗為止。

三、安照步驟一更換粒徑組成，在依據步驟二進行試驗，直到完成3種粒徑組成、3種淤砂坡度、3種溢洪口斷面及4種流量等，合計138組試驗及其相關試驗資料。

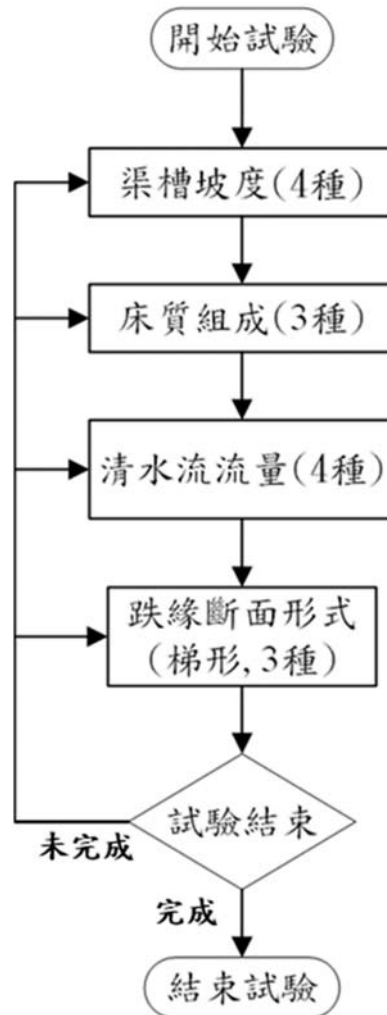


圖 4.4 室內渠槽試驗流程



(a)粒徑 A(平均粒徑=3.68mm)



(b)粒徑 B(平均粒徑=1.98mm)



(c)粒徑 C(平均粒徑=2.38mm)

圖 4.5 以採用粒徑組成黏貼於木心板上形成壩體上游固定底床

## 第五節 參數量測方法

本研究渠槽試驗量測參數係以溢洪口斷面水深(端緣水深,  $y_b$ )、溢洪口斷面上游水深( $y_x$ )及流量( $Q$ )為主, 同時為避免人為隨機誤差, 每組試驗均重複量測三次以上, 以確保試驗數據之正確性。

### 一、端緣水深量測

本研究水深係採用探針式水深計進行量測, 如圖4.6所示。圖中, 探針式水深計係由支架、游標尺(精度為0.05 mm)及探針等所組成。量測前, 先將水深計水平固定於壩頂(跌緣)上方支架上, 測定指針與壩頂底面(即基準面)之高差為  $y_s$ , 接著當水流自跌口溢流且達穩定時, 量測指針與水表面間之距離為  $y_1$ , 這樣端緣水深為

$$y_b = y_s - y_1 \quad (4.1)$$



圖 4.6 探針式水位量測裝置

## 二、 流量量測

流量係指單位時間通過某已知斷面之水體積，其單位常以  $m^3/s$  ( $cms$ ) 或  $cm^3/s$  計。流量量測方法頗多，對於流量較小的室內實驗，可以採用直接量測法(direct measure method)；它是由一已知容積的容器承接水流，記錄其經過時間，由容器中水的容量除以時間，即為該時間內的平均流量，如圖4.7所示。圖中，本計畫分別採用容積  $16,000\text{ cm}^3$  及  $7,000\text{ cm}^3$  的塑膠桶，置於出流口正下方，直接承接由跌口溢流出的水體，原則上每組試驗均量測蓄滿塑膠桶(水體積已知)時之所需時間( $t$ )，這樣就可以獲得該組試驗的流量，即

$$Q = \frac{V}{t} \quad (4.2)$$

式中， $Q$ =流量； $V$ =塑膠桶容積或蓄滿塑膠桶之水體積； $t$ =蓄滿塑膠桶所需時間。





圖 4.7 流量量測裝置

### 三、粗糙係數

曼寧粗糙係數  $n$  主要是受到溪床粒徑所影響。因此，本研究應建立溪床粒徑與曼寧粗糙係數之關係。根據以往研究結果顯示，曼寧粗糙係數可表為：

$$n = \chi d_r^{1/6} \quad (4.3)$$

式中， $d_r$  = 中值粒徑； $\chi$  = 待定係數。表 4.1 為以往各研究者所提出之相關公式。參考表中各相關公式，本研究擬從採用之溪床粒徑據以計算相應之曼寧粗糙係數，再通過試驗資料之迴歸分析，確定適用之溪床粒徑與曼寧粗糙係數關係式。

## 第五章 試驗資料分析與討論

### 第一節 原始試驗數據

根據室內試驗條件，本研究業已完成全部試驗工作，其相關數據經彙整如表 5.1 所示。表中，各項數據除了由渠槽實驗取得外，其餘經由計算取得之數據，綜述如下：

#### 一、 福祿數

表中「福祿數( $F_r$ )」係指位於溢洪口(跌緣)上游約 30cm 處之水流福祿數，表徵溢洪口上游水流流動狀態。根據福祿數定義：

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gh}} = \frac{Q/A}{\sqrt{gh}} = \frac{q}{\sqrt{gh^3}} \quad (5.1)$$

式中， $V$ =水流流速； $h$ =水深； $Q$ =流量； $q$ =單寬流量( $Q/B$ )； $B$ =渠槽寬度(=30cm)； $g$ =重力加速度( $980\text{cm/s}^2$ )。

#### 二、 臨界水深

對於斷面尺寸給定的任意形狀渠槽，假設該斷面水流處於臨界流條件，在通過一定的流量時，其臨界水深  $y_c$  可表為：

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \quad (5.2)$$

式中， $A_c$ =臨界流斷面面積； $T_c$ =臨界流水面寬度(top width)。 $A_c$ 及 $T_c$ 均為臨界水深  $y_c$  的函數。

以本研究梯形溢洪口為例，式(5.2)中  $A_c$  及  $T_c$  分別為：

$$A_c = (b + my_c) y_c \quad (5.3)$$

$$T_c = b + 2my_c \quad (5.4)$$

式中， $b$ =踢形斷面底寬； $m$ =側坡斜率。將式(5.3)及式(5.4)代

入式(5.2)可得：

$$\frac{[(b + my_c)y_c]^3}{b + 2my_c} = \frac{Q^2}{g} \quad (5.5)$$

上式必須採用試誤法(trial and error method)求解臨界水深  $y_c$  。

表 5-1 原始試驗數據一覽表

編號	粒徑別	底床坡度 (度)	溢洪口斷面(cm)		流量 ( $cm^3 / s$ )	端緣水深 ( $y_b$ ,cm)	溢洪口上游 30cm 處			臨界水深 ( $y_c$ , cm)	端深比 ( $y_b / y_c$ )
			斷面底寬	側坡斜率			$y_x$ (cm)	福祿數	流態		
1	A	0	24	0.3	1931.03	1.23	1.62	1.00	臨界流	1.86	0.66
2	A	0	24	0.3	4107.98	3.14	2.68	1.00	臨界流	5.06	0.62
3	A	0	24	0.3	12810.2	4.40	5.74	0.99	臨界流	6.44	0.68
4	A	0	24	0.3	16895.5	5.19	6.72	1.03	超臨界流	7.70	0.67
5	A	1	24	0.3	2199.18	1.38	1.59	1.17	超臨界流	2.03	0.68
6	A	1	24	0.3	4289.22	1.90	2.55	1.12	超臨界流	3.15	0.60
7	A	1	24	0.3	12158.1	3.97	4.97	1.17	超臨界流	6.23	0.64
8	A	1	24	0.3	16210.7	5.02	6.29	1.09	超臨界流	7.50	0.67
9	A	3	24	0.3	2434.78	1.08	1.55	1.34	超臨界流	2.17	0.50
10	A	3	24	0.3	4452.93	1.60	2.18	1.47	超臨界流	3.23	0.50
11	A	3	24	0.3	11535.7	3.12	3.45	1.91	超臨界流	6.00	0.52
12	A	3	24	0.3	15936.3	3.91	4.24	1.94	超臨界流	7.40	0.53
13	A	5	24	0.3	2304.91	1.03	1.35	1.56	超臨界流	2.09	0.49
14	A	5	24	0.3	4353.74	1.40	1.72	2.05	超臨界流	3.17	0.44
15	A	5	24	0.3	11173.2	2.40	2.81	2.53	超臨界流	5.88	0.41
16	A	5	24	0.3	15180.3	2.92	3.20	2.82	超臨界流	7.16	0.41
17	B	0	24	0.3	2525.25	1.53	2.05	0.92	亞臨界流	2.24	0.68
18	B	0	24	0.3	5747.13	2.69	3.32	1.01	臨界流	3.82	0.71
19	B	0	24	0.3	10680.9	3.88	4.89	1.05	超臨界流	5.70	0.68
20	B	0	24	0.3	18454.4	5.63	6.89	1.09	超臨界流	8.16	0.69
21	B	1	24	0.3	2538.07	1.44	1.78	1.14	超臨界流	2.23	0.65

編號	粒徑別	底床坡度 (度)	溢洪口斷面(cm)		流量 ( $cm^3 / s$ )	端緣水深 ( $y_b$ ,cm)	溢洪口上游 30cm 處			臨界水深 ( $y_c$ , cm)	端深比 ( $y_b / y_c$ )
			斷面底寬	側坡斜率			$y_x$ (cm)	福祿數	流態		
22	B	1	24	0.3	5925.93	2.39	3.03	1.20	超臨界流	3.89	0.61
23	B	1	24	0.3	10767.2	3.72	4.47	1.21	超臨界流	5.75	0.65
24	B	1	24	0.3	18890.2	5.09	6.31	1.27	超臨界流	8.27	0.61
25	B	3	24	0.3	2875.92	1.18	1.59	1.53	超臨界流	2.42	0.49
26	B	3	24	0.3	6092.92	1.82	2.38	1.77	超臨界流	3.97	0.46
27	B	3	24	0.3	10282.8	2.77	3.11	2.00	超臨界流	5.57	0.50
28	B	3	24	0.3	18079.1	4.01	4.21	2.23	超臨界流	8.05	0.50
29	B	5	24	0.3	2730.11	1.17	1.26	2.06	超臨界流	2.34	0.50
30	B	5	24	0.3	5811.84	1.52	1.86	2.44	超臨界流	3.85	0.40
31	B	5	24	0.3	10113.8	2.46	2.58	2.60	超臨界流	5.53	0.44
32	B	5	24	0.3	17185.8	3.57	3.75	2.52	超臨界流	7.77	0.46
33	C	0	24	0.3	2413.79	1.31	1.68	1.18	超臨界流	2.15	0.61
34	C	0	24	0.3	5702.07	2.73	3.09	1.12	超臨界流	3.80	0.72
35	C	0	24	0.3	10139.4	4.28	4.41	1.16	超臨界流	5.52	0.78
36	C	0	24	0.3	15252.6	4.98	5.90	1.13	超臨界流	7.20	0.69
37	C	1	24	0.3	2423.82	1.19	1.44	1.50	超臨界流	2.16	0.55
38	C	1	24	0.3	5816.07	2.48	2.62	1.46	超臨界流	3.85	0.64
39	C	1	24	0.3	10282.8	3.52	3.99	1.37	超臨界流	5.58	0.63
40	C	1	24	0.3	15810.3	4.50	5.40	1.34	超臨界流	7.36	0.61
41	C	3	24	0.3	2633.56	1.16	1.17	2.22	超臨界流	2.28	0.51
42	C	3	24	0.3	5811.84	1.88	2.15	1.96	超臨界流	3.84	0.49
43	C	3	24	0.3	9803.92	2.85	2.88	2.14	超臨界流	5.40	0.53

編號	粒徑別	底床坡度 (度)	溢洪口斷面(cm)		流量 ( $cm^3 / s$ )	端緣水深 ( $y_b$ ,cm)	溢洪口上游 30cm 處			臨界水深 ( $y_c$ , cm)	端深比 ( $y_b / y_c$ )
			斷面底寬	側坡斜率			$y_x$ (cm)	福祿數	流態		
44	C	3	24	0.3	14733	3.69	3.70	2.20	超臨界流	7.05	0.52
45	C	5	24	0.3	2500.89	1.04	0.97	2.80	超臨界流	2.20	0.47
46	C	5	24	0.3	5584.64	1.68	1.62	2.88	超臨界流	3.75	0.45
47	C	5	24	0.3	9732.36	2.35	2.48	2.65	超臨界流	5.38	0.44
48	C	5	24	0.3	14505.9	3.21	3.36	2.51	超臨界流	6.97	0.46
49	A	1	20	0.5	1696.56	1.19	1.68	0.83	亞臨界流	1.91	0.62
50	A	1	20	0.5	3283.3	1.75	1.78	1.47	超臨界流	2.94	0.59
51	A	1	20	0.5	6267.14	3.01	3.88	0.87	亞臨界流	4.46	0.67
52	A	1	20	0.5	9937.89	4.25	4.84	0.99	臨界流	6.00	0.71
53	A	1	20	0.5	12945	5.12	5.50	1.07	超臨界流	7.07	0.72
54	A	3	20	0.5	1780.72	0.99	1.20	1.44	超臨界流	1.97	0.50
55	A	3	20	0.5	3246.75	1.52	1.78	1.46	超臨界流	2.92	0.52
56	A	3	20	0.5	6250	2.59	2.10	2.18	超臨界流	4.46	0.58
57	A	3	20	0.5	9318.58	3.31	3.02	1.89	超臨界流	5.75	0.58
58	A	3	20	0.5	12195.1	3.60	3.31	2.16	超臨界流	6.82	0.53
59	A	5	20	0.5	1707.32	0.79	0.85	2.31	超臨界流	1.92	0.41
60	A	5	20	0.5	6965.61	1.30	1.28	5.11	超臨界流	4.77	0.27
61	A	5	20	0.5	6024.1	2.23	1.88	2.48	超臨界流	4.36	0.51
62	A	5	20	0.5	9003.94	2.51	2.50	2.42	超臨界流	5.63	0.45
63	A	5	20	0.5	11181	2.90	2.71	2.67	超臨界流	6.45	0.45
64	B	1	20	0.5	1203.37	1.09	1.45	0.74	超臨界流	1.52	0.71
65	B	1	20	0.5	2376.1	1.55	1.84	1.01	超臨界流	2.38	0.65

編號	粒徑別	底床坡度 (度)	溢洪口斷面(cm)		流量 ( $cm^3 / s$ )	端緣水深 ( $y_b$ ,cm)	溢洪口上游 30cm 處			臨界水深 ( $y_c$ , cm)	端深比 ( $y_b / y_c$ )
			斷面底寬	側坡斜率			$y_x$ (cm)	福祿數	流態		
66	B	1	20	0.5	8281.57	3.86	4.82	0.83	亞臨界流	5.34	0.72
67	B	1	20	0.5	12326.7	4.99	5.15	1.12	超臨界流	6.85	0.73
68	B	1	20	0.5	16096.6	5.99	6.28	1.09	超臨界流	8.11	0.74
69	B	3	20	0.5	1202.13	1.00	0.90	1.50	超臨界流	1.52	0.66
70	B	3	20	0.5	2592.59	1.69	1.44	1.60	超臨界流	2.52	0.67
71	B	3	20	0.5	7996	3.13	2.88	1.74	超臨界流	5.22	0.60
72	B	3	20	0.5	11764.7	3.79	3.57	1.86	超臨界流	6.65	0.57
73	B	3	20	0.5	15701.7	4.21	4.20	1.94	超臨界流	7.97	0.53
74	B	5	20	0.5	1186.64	0.93	0.88	1.54	超臨界流	1.51	0.62
75	B	5	20	0.5	2604.17	1.39	1.34	1.79	超臨界流	2.53	0.55
76	B	5	20	0.5	7751.94	2.29	2.14	2.64	超臨界流	5.12	0.45
77	B	5	20	0.5	11477.8	3.11	2.94	2.42	超臨界流	6.55	0.47
78	B	5	20	0.5	15108.6	3.49	3.34	2.64	超臨界流	7.80	0.45
79	C	1	20	0.5	1606.98	1.22	1.14	1.41	超臨界流	1.84	0.66
80	C	1	20	0.5	4593.18	2.59	2.29	1.41	超臨界流	3.65	0.71
81	C	1	20	0.5	6944.44	3.14	2.98	1.43	超臨界流	4.77	0.66
82	C	1	20	0.5	11670.3	4.39	4.46	1.32	超臨界流	6.63	0.66
83	C	1	20	0.5	16701.5	5.49	5.79	1.28	超臨界流	8.30	0.66
84	C	3	20	0.5	1671.44	0.89	0.86	2.22	超臨界流	1.89	0.47
85	C	3	20	0.5	4533.68	1.91	1.76	2.06	超臨界流	3.63	0.53
86	C	3	20	0.5	6568.14	2.39	2.26	2.06	超臨界流	4.60	0.52
87	C	3	20	0.5	11363.6	3.34	3.20	2.11	超臨界流	6.52	0.51

編號	粒徑別	底床坡度 (度)	溢洪口斷面(cm)		流量 ( $cm^3 / s$ )	端緣水深 ( $y_b$ , cm)	溢洪口上游 30cm 處			臨界水深 ( $y_c$ , cm)	端深比 ( $y_b / y_c$ )
			斷面底寬	側坡斜率			$y_x$ (cm)	福祿數	流態		
88	C	3	20	0.5	16129	5.21	4.28	1.94	超臨界流	8.12	0.64
89	C	5	20	0.5	1636.28	1.09	0.77	2.57	超臨界流	1.86	0.58
90	C	5	20	0.5	4385.96	1.49	1.52	2.48	超臨界流	3.55	0.42
91	C	5	20	0.5	6291.78	2.19	1.96	2.44	超臨界流	4.47	0.49
92	C	5	20	0.5	10958.9	3.02	3.06	2.18	超臨界流	6.37	0.47
93	C	5	20	0.5	15281.8	3.19	3.46	2.53	超臨界流	7.85	0.41
94	A	1	16	0.7	1366.92	1.29	1.92	0.55	亞臨界流	1.90	0.68
95	A	1	16	0.7	3455.08	2.19	3.27	0.62	亞臨界流	3.43	0.64
96	A	1	16	0.7	8429.93	4.36	6.20	0.58	亞臨界流	5.98	0.73
97	A	1	16	0.7	10624.2	4.99	6.79	0.64	亞臨界流	6.89	0.72
98	A	1	16	0.7	13502.1	5.95	7.62	0.68	亞臨界流	7.94	0.75
99	A	3	16	0.7	1355.54	1.16	0.81	1.97	超臨界流	1.89	0.61
100	A	3	16	0.7	4139.56	2.39	1.73	1.93	超臨界流	3.85	0.62
101	A	3	16	0.7	7940.45	4.01	2.64	1.98	超臨界流	5.77	0.69
102	A	3	16	0.7	10165.2	4.09	2.77	2.35	超臨界流	6.70	0.61
103	A	3	16	0.7	12578.6	4.49	2.97	2.62	超臨界流	7.62	0.59
104	A	5	16	0.7	1377.14	1.09	0.63	2.93	超臨界流	1.91	0.57
105	A	5	16	0.7	4105.57	2.41	1.31	2.91	超臨界流	3.83	0.63
106	A	5	16	0.7	7655.5	2.85	2.02	2.84	超臨界流	5.64	0.50
107	A	5	16	0.7	9489.92	2.79	2.30	2.90	超臨界流	6.43	0.43
108	A	5	16	0.7	11834.3	3.39	2.57	3.06	超臨界流	7.35	0.46
109	B	1	16	0.7	1200.27	1.25	2.16	0.40	亞臨界流	1.74	0.72



編號	粒徑別	底床坡度 (度)	溢洪口斷面(cm)		流量 ( $cm^3 / s$ )	端緣水深 ( $y_b$ ,cm)	溢洪口上游 30cm 處			臨界水深 ( $y_c$ , cm)	端深比 ( $y_b / y_c$ )
			斷面底寬	側坡斜率			$y_x$ (cm)	福祿數	流態		
110	B	1	16	0.7	2798.88	2.06	3.45	0.47	亞臨界流	3.00	0.69
111	B	1	16	0.7	6686.17	3.56	5.91	0.50	亞臨界流	5.20	0.68
112	B	1	16	0.7	11004.1	5.09	7.11	0.62	亞臨界流	7.03	0.72
113	B	1	16	0.7	16000	6.71	9.11	0.62	亞臨界流	8.80	0.76
114	B	3	16	0.7	1213.59	1.05	1.04	1.22	超臨界流	1.75	0.60
115	B	3	16	0.7	3491.27	1.99	1.62	1.80	超臨界流	3.46	0.57
116	B	3	16	0.7	6887.65	3.61	2.53	1.82	超臨界流	5.30	0.68
117	B	3	16	0.7	10575	3.99	3.03	2.14	超臨界流	6.86	0.58
118	B	3	16	0.7	15122.9	4.89	3.91	2.08	超臨界流	8.50	0.58
119	B	5	16	0.7	1212.75	1.03	0.88	1.58	超臨界流	1.75	0.59
120	B	5	16	0.7	3234.75	2.09	1.41	2.06	超臨界流	3.30	0.63
121	B	5	16	0.7	6672.23	2.45	2.03	2.46	超臨界流	5.20	0.47
122	B	5	16	0.7	9667.67	3.00	2.67	2.36	超臨界流	6.50	0.46
123	B	5	16	0.7	13769.4	3.70	2.94	2.91	超臨界流	8.05	0.46
124	C	1	16	0.7	1075.6	1.32	1.51	0.61	亞臨界流	1.62	0.81
125	C	1	16	0.7	3014.64	2.12	3.00	0.62	亞臨界流	3.15	0.67
126	C	1	16	0.7	7107.95	4.08	5.41	0.60	亞臨界流	5.40	0.75
127	C	1	16	0.7	13125.5	5.83	7.05	0.75	亞臨界流	7.80	0.75
128	C	1	16	0.7	16528.9	6.83	8.00	0.78	亞臨界流	8.95	0.76
129	C	3	16	0.7	1069.52	1.09	0.75	1.75	超臨界流	1.62	0.67
130	C	3	16	0.7	3957.04	2.72	1.76	1.81	超臨界流	3.74	0.73
131	C	3	16	0.7	7023.71	3.89	2.53	1.86	超臨界流	5.35	0.73

編號	粒徑別	底床坡度 (度)	溢洪口斷面(cm)		流量 ( $cm^3 / s$ )	端緣水深 ( $y_b$ , cm)	溢洪口上游 30cm 處			臨界水深 ( $y_c$ , cm)	端深比 ( $y_b / y_c$ )
			斷面底寬	側坡斜率			$y_x$ (cm)	福祿數	流態		
132	C	3	16	0.7	11653.3	4.76	3.35	2.02	超臨界流	7.27	0.65
133	C	3	16	0.7	15122.9	5.30	3.95	2.05	超臨界流	8.50	0.62
134	C	5	16	0.7	1068.7	1.05	0.64	2.22	超臨界流	1.62	0.65
135	C	5	16	0.7	3771.55	2.77	1.45	2.30	超臨界流	3.63	0.76
136	C	5	16	0.7	6562.76	3.39	2.01	2.45	超臨界流	5.13	0.66
137	C	5	16	0.7	11126.6	3.84	3.28	2.00	超臨界流	7.07	0.54
138	C	5	16	0.7	14842.3	4.29	3.20	2.76	超臨界流	8.40	0.51

## 第二節 數據分析與討論

根據各種試驗條件下所取得之試驗數據，本研究就壩體上游臨界流斷面位置、端深比變動範圍、端深比與底床坡度之關係、端深比與水力半徑之關係、端深比與底床坡度及中值粒徑之關係等面向分析如下。

### 一、壩體上游臨界流斷面位置

以往為了簡化問題，常將壩體溢洪口斷面視為臨界斷面，並基於臨界流公式推估過壩水流流量。但是，根據以往研究結果，溢洪口斷面端緣水深與臨界流水深之比值介於 0.7~0.78 之間；同時，由圖 2-3 得知，實際臨界流斷面應是位於溢洪口斷面上游約  $(3 \sim 4)y_c$  處。凡此顯示，以壩體溢洪口斷面作為臨界斷面，勢必低估了過壩水流流量。

為此，本研究於試驗時，量測壩體上游 30cm 處的水深，並計算其相應之福祿數，以確定其流態。本研究茲以粒徑 A 在壩體上游底床坡度 0、1、3 及 5 度等條件下，底床坡度與福祿數之關係，如圖 5.1 所示。圖中，當底床坡度為水平(即 0 度)時，位於壩體上游 30cm 處之福祿數等於 1，即屬臨界流斷面，同時隨著底床坡度的增加，該斷面福祿數隨之升高。這顯示，臨界流斷面與底床坡度有關，且底床坡度越陡，臨界流斷面越往上游延伸，並非固定不變。

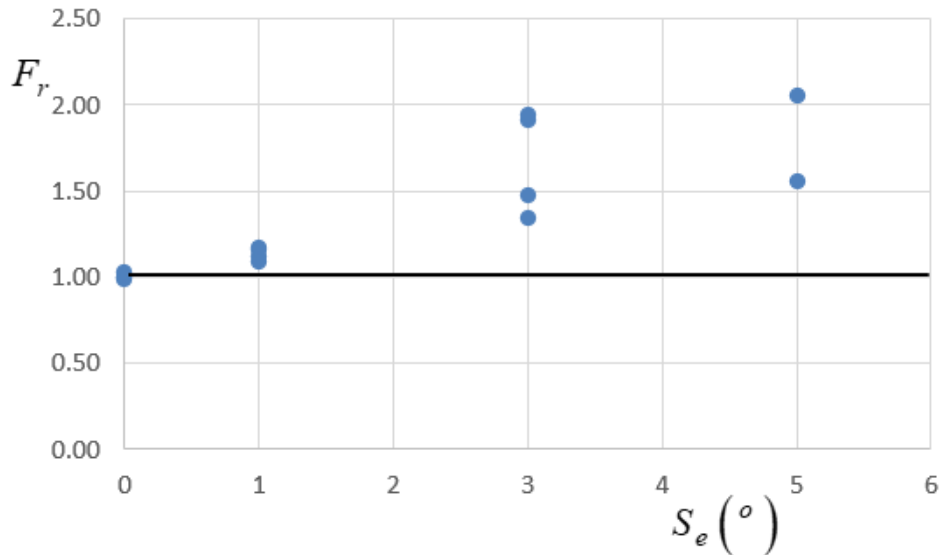


圖 5.1 壩體上游 30cm 處底床坡度與福祿數之關係圖

## 二、端深比變動範圍

根據文獻回顧，端深比多介於 0.7~0.8 之間，其中以 Rouse(1936)  $y_b / y_c = 0.715$  最常被採用。但是，從本研究試驗數據中發現，端深比介於 0.27~0.81 之間，顯示其變化範圍遠高於以往的研究成果，除了端深比上限與文獻相吻合外，其下限卻遠低於文獻的 0.7。此結果正是反映了臨界流斷面隨著底床坡度的增加而遠離溢洪口，於溢洪口斷面之福祿數隨著底床坡度的增加而提高，即水深更小，流速更大，這樣溢洪口端深比就越小。

## 三、端深比與底床坡度之關係

從各種試驗條件下之試驗數據，端深比介於 0.27~0.81 之間，且隨著坡度的增加而降低。根據 Davis 等人(1998)研究成果，由溢洪口斷面水深、渠道坡度及粗糙係數等所建立之端深比公式：

$$\frac{y_b}{y_c} = 0.864 - 0.219 \left( \sqrt{S_e} / n \right) \quad (5.6)$$

由上式可得，端深比與底床坡度呈反比例相關，這與本研究試驗結果一致，如圖 5.2 所示。圖中，隨著底床坡度的增加，端深比越小。經研判，當底床坡度越陡時，在已知的流量下，其流速越大，水深越小，而福祿數越高，端深比也就越小了，如表 5.1 所示。這顯示，在全斷面通流之洪水流條件下，採用溢洪口斷面作為臨界流斷面的假設，隨著坡度的增加而導致更大的誤差。

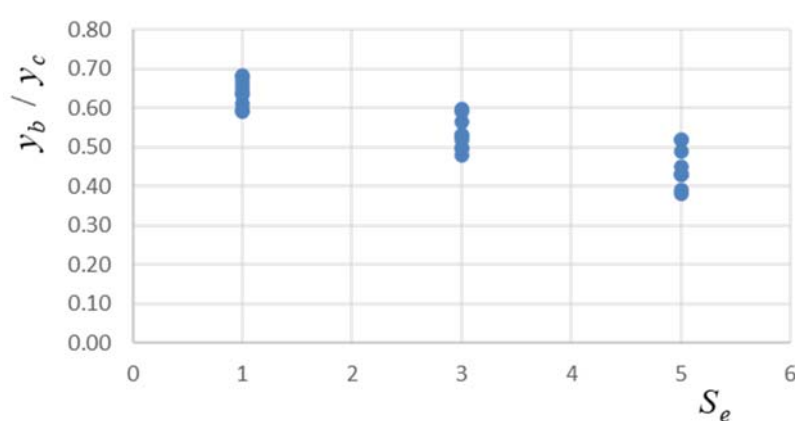


圖 5.2 端深比與底床坡度之關係圖

#### 四、端深比與水力半徑之關係

在各種條件下，由於渠槽寬度( $B = 30cm$ )與溢洪口斷面上游 30cm 處水深比值介於 4.7~22.2，屬於二維寬廣渠槽，即渠槽兩側對水流流動並無影響，水流流動可以採用水深作為參數進行分析。但是，當水流通過溢洪口斷面時，因斷面束縮而使得水流受到邊界影響，故能否依舊採用水深作為主要參數，或改以水力半徑，實有必要進行分析，如圖 5.3 所示。圖中，橫座標為溢洪口水深( $y_b$ )，縱坐標為溢洪口水力半徑( $R_b$ )。結果顯示，梯形斷面束縮效應對水流的影響並不明顯。不過，當溢洪口為矩形斷面時，則兩者顯有差異，如圖 5.4 所示。

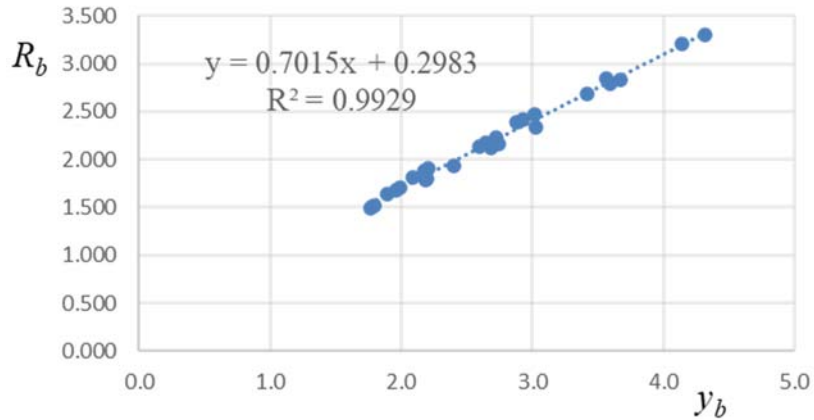


圖 5.3 梯形溢洪口端緣水深與端緣水力半徑比較圖

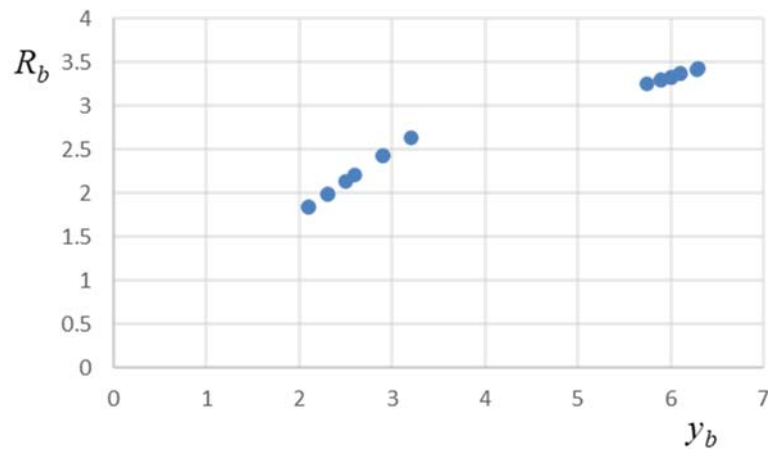


圖 5.4 矩形溢洪口端緣水深與端緣水力半徑比較圖

#### 五、端深比與底床坡度及中值粒徑之關係

根據式(5.6)得知，端深比與底床坡度及其粒徑組成關係密切，故仿照式(5.6)擬合端深比與底床坡度及其中值粒徑之關係，如圖 5.5 所示。圖中，端深比與底床坡度及其中值粒徑間似乎存在一些相關性，但並不顯著，顯然仍有重要參數必須加以考量。

基於溢洪口斷面與渠槽斷面間具有一定的束縮效應，故除了底床坡度及代表粒徑外，納入反映束縮效應之  $b/B$ ，則可得：

$$\frac{y_b}{y_c} = 0.786 - 1.968 \left[ \frac{\sqrt{S_e}}{d_{50}^{1/6}} \left( \frac{b}{B} \right) \right] \quad (5.7)$$

式中， $d_{50}$ =中值粒徑，對應於重量累加百分比 50%之粒徑；  
 $S_e$ =底床坡度； $b$ =溢洪口斷面底寬； $B$ =渠道平均寬度。上式，  
 判斷係數  $R^2 = 0.98$ ，顯示由已知底床坡度、中值粒徑及束縮  
 係數，經實測端緣水深，即可推估臨界流水深及其相應之過壩  
 水流流量，如圖 5.6 所示。

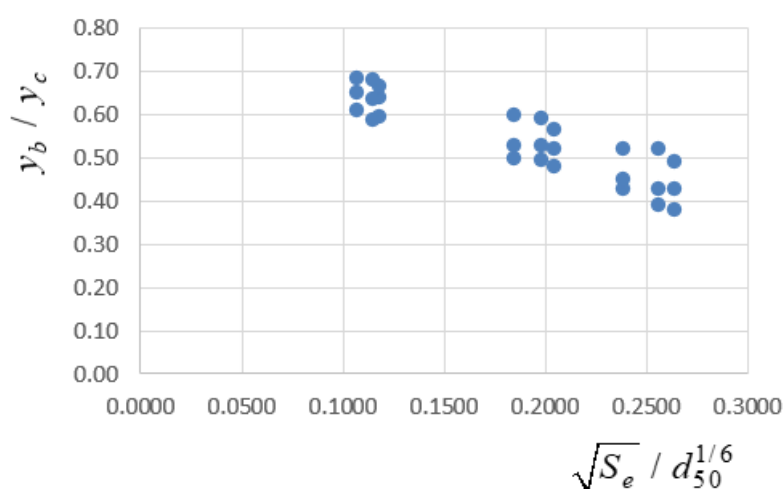


圖 5.5 端深比與底床坡度及其中值粒徑之關係圖

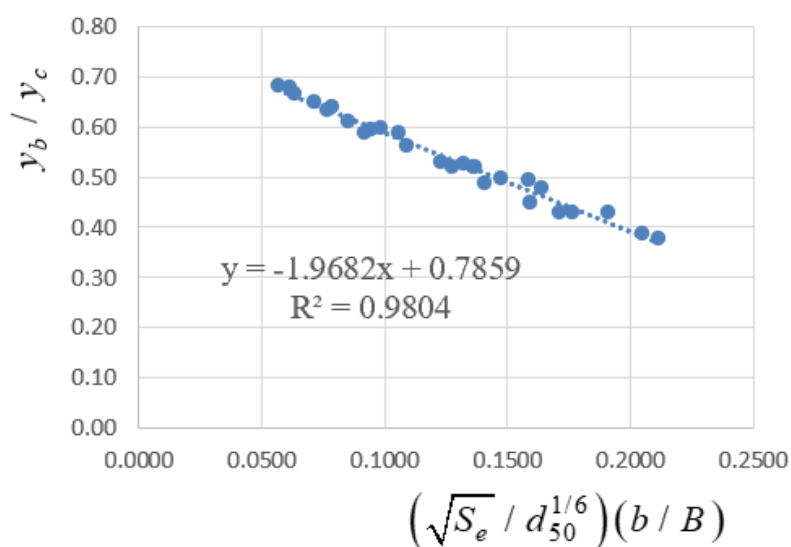


圖 5.6 端深比與底床坡度、中值粒徑及束縮係數之關係圖

### 第三節 實務應用說明

本研究由室內渠槽試驗建立了端深比之關係式，但是從現地實際應用角度，仍然必須解決公式中各項參數在高度變動的現地環境中的取值問題，茲分述如下。

#### 一、底床坡度

壩體上游底床坡度與水流流量有關。一般，洪水來臨時，底床坡度會增加，而洪水退走時，則底床坡度會逐漸恢復到洪水來臨之前。換言之，壩體上游底床坡度隨著水流流量而變動，並非定值。由於全洪程之底床坡度變動規律，很難從實際量測中獲得，也欠缺足堪可用的經驗公式，故現階段僅能採用假設方式推估全洪程壩體上游底床坡度之變動規律。

根據水土保持手冊(2017)防砂壩防砂量估算公式，當洪水達到洪峰時，壩體上游底床坡度為原溪床坡度的  $2/3$ 。這樣，本研究假設：

(一)洪水達到洪峰時，其相應底床坡度為  $S_m (=2S_o / 3)$ 。 $S_o$  = 未築壩前底床坡度。

(二)底床坡度隨水流流量呈線性變化，如圖 5.7 所示。圖中， $S_1$  = 洪水來臨前，壩體上游底床坡度。

(三)洪水來臨前，底床坡度  $S_1 = 2S_o / 3$  時，則全洪程之底床坡度維持定值，反映在圖 5.7 中呈依水平線。

這樣，當過壩水流洪峰流量時，式(5/7)中底床坡度  $S_e = 2S_o / 3$ 。



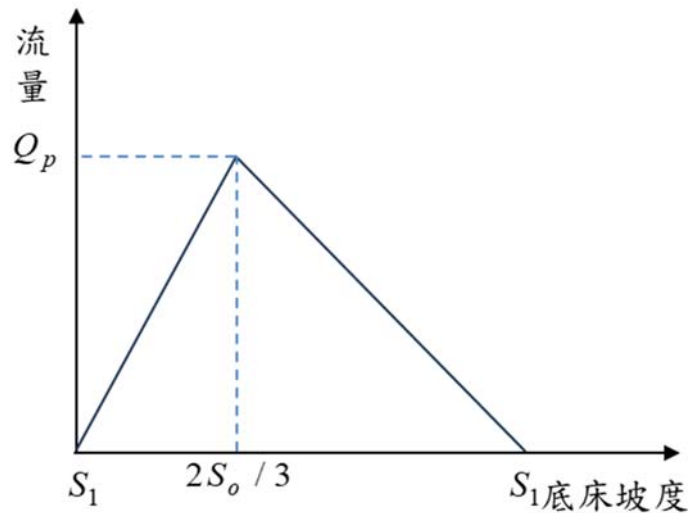


圖 5.7 流量與壩體上游底床坡度之關係圖

## 二、中值粒徑

式(5.7)中值粒徑係指壩體上游淤積土砂之一粒徑特徵值。通常，在全洪程中假設淤積土砂之中值粒徑值不變，即在一般情況下採用樣孔粒徑調查分析溝床上之中值粒徑，可以表徵固體邊界對水流之阻力。

## 三、束縮係數

為了穩定流心，防砂壩溢洪口斷面寬度常小於溪流平均寬度，以取得範束洪水之效能。已知壩體上游溪流平均寬度為  $B$ ，而梯形溢洪口斷面底寬為  $b$ ，則束縮係數為：

$$\lambda = b / B \quad (5.8)$$

束縮係數  $\lambda = 0 \sim 1$ 。通常，束縮係數越小，表示斷面束縮越大，對水流的阻滯作用越是明顯。這樣，假設束縮係數  $\lambda \approx 0$  時，由式(5.7)可得端深比趨近於 0.786。因此，從本研究分析成果，在各種條件下最大端深比  $(y_b / y_c)_{\max} = 0.786$ ，而隨著束縮係數的放大，端深比逐漸變小，與溝床坡度及其中值粒徑有關。

## 四、端緣水深測定原則

由渠槽試驗得知，溢洪口不僅必須全斷面通洪，且水面較為平整，故端緣水深測定則以軸心處作為代表。但是，實際上過壩水流水面呈現上下震盪，這使得實測端緣水深具有一定的誤差。因此，對於端緣水深的實際量測，必須採取至少 1-2 分鐘之連續動態量測，並以算術平均方式計算平均端緣水深，儘可能地消除量測誤差。另，式(5.7)不適用於溢洪口斷面未達全斷面通流之流況。

## 五、挟砂水流問題

本研究試驗雖然採取清水流條件，惟因端緣水深係屬實際測定值，其與水流含砂與否並無直接關係。換言之，式(5.7)與水流中之含砂量無關。

## 第六章 結論與建議

### 第一節 結論

本研究完成文獻回顧、理論分析及渠槽試驗布置等相關工作，並完成 138 組試驗及其相關數據分析。本研究結果，茲簡述如下：

#### 一、壩體上游臨界流斷面位置

本研究以底床粒徑 A 為例，分別於 0、1、3 及 5 度等底床坡度條件下，採取不同過壩水流流量進行試驗，並計算其相應之臨界水深。結果顯示，當底床坡度為水平的情況下，壩體上游 30cm(約渠槽寬度)處之水深恰等於臨界水深，表明該斷面即屬臨界流斷面，而其餘條件之臨界流斷面均位於壩體上游 30cm 處更上游之斷面。此結果表徵以下結果：

(一)將溢洪口斷面是為臨界流斷面，即端深比  $y_b / y_c = 1$ ，必然會低估了過壩水流量。

(二)以往研究提出，臨界流斷面位於溢洪口斷面上游約  $(3 \sim 4) y_c$  處的結論，亦有討論空間。從本研究結果顯示，臨界流斷面位置與水流流量關係密切，且隨著底床坡度的增加，越是往遠離溢洪口斷面延伸，並非固定不變。

#### 二、端深比變動範圍

根據文獻回顧，端深比多介於 0.7~0.8 之間，其中以 Rouse(1936)  $y_b / y_c = 0.715$  最常被採用。但是，從本研究試驗數據中發現，端深比介於 0.27~0.81 之間，顯示其變化範圍遠高於以往的研究成果，除了端深比上限與文獻相吻合外，其下限卻遠低於文獻的 0.7。此結果正是反映了臨界流斷面隨著底床坡度的增加而遠離溢洪口，於溢洪口斷面之福祿數隨著底床坡

度的增加而提高，即水深更小，流速更大，這樣溢洪口端深比就越小。

### 三、端深比與底床坡度之關係

端深比與底床坡度呈反比例相關，這是因為在已知的流量下，當底床坡度越陡時，其流速越大，水深越小，而福祿數越高，端深比也就越小了。這顯示，在全斷面通流之洪水流條件下，採用溢洪口斷面作為臨界流斷面的假設，隨著坡度的增加而導致更大的誤差。

### 四、端深比關係式

參考以往研究成果，同時考量溢洪口斷面與渠槽斷面間之束縮效應，以渠槽試驗數據擬合端深比之關係式為：

$$\frac{y_b}{y_c} = 0.786 - 1.968 \left[ \frac{\sqrt{S_e}}{d_{50}^{1/6}} \left( \frac{b}{B} \right) \right]$$

式中， $d_{50}$ =中值粒徑，對應於重量累加百分比 50%之粒徑；  
 $S_e$ =底床坡度； $b$ =溢洪口斷面底寬； $B$ =渠道平均寬度。

(一)當底床坡度( $S_e$ )、中值粒徑( $d_{50}$ )、側坡斜率( $m$ )及束縮係數( $b/B$ )等為已知時，由實測端緣水深( $y_b$ )代入上式可得臨界水深，則其相應之過壩水流流量為：

$$Q = \sqrt{\frac{g \left[ (b + m y_c) y_c \right]^3}{b + 2 m y_c}}$$

上式適用於梯形溢洪口斷面。當側坡斜率  $m = 0$  時，由上式可得矩形溢洪口斷面之過壩水流流量與臨界水深之關係為：

$$Q = b \sqrt{g y_c^3}$$

(二)端深比關係式中之束縮係數為：

$$\lambda = b / B$$

束縮係數 $\lambda = 0 \sim 1$ 。通常，束縮係數越小，表示斷面束縮越大，對水流的阻滯作用越是明顯。這樣，假設束縮係數 $\lambda \approx 0$ 時，由端深比關係式可得端深比趨近於 0.786。因此，從本研究分析成果，在各種條件下最大端深比 $(y_b / y_c)_{\max} = 0.786$ ，而隨著束縮係數的放大，端深比逐漸變小，與溝床坡度及其中值粒徑有關。

## 五、實務應用考量

實務上，應於端深比關係式推估過壩水流流量時，還必須克服底床坡度、端緣水深測定、水流含砂等問題。

(一)底床坡度：在全洪程中，壩體上游底床坡度並非固定，而是呈動態變化的，這就為端深比關係式中之底床坡度值造成一定的困難。根據水土保持手冊(2017)防砂壩防砂量估算法，當洪水達到洪峰時，壩體上游底床坡度為原溪床坡度的 2/3。這樣，本研究假設：

1. 底床坡度隨水流流量的上升及退去呈線性變化。
2. 洪水達到洪峰時，其相應底床坡度為 $S_e (= 2S_o / 3)$ 。 $S_o$  = 未築壩前底床坡度。
3. 洪水來臨前與洪水退去後之底床坡度相等。
4. 洪水來臨前，底床坡度 $S_1 = 2S_o / 3$ 時，則全洪程之底床坡度維持不變。

## (二)端緣水深測定原則

由渠槽試驗得知，溢洪口不僅必須全斷面通洪，且水面較為平整，故端緣水深測定則以軸心處作為代表。但是，實際上過壩水流水面呈現上下震盪，這使得實測端緣水深

具有一定的誤差。因此，對於端緣水深的實際量測，必須採取至少 1-2 分鐘之連續動態量測，並以算術平均方式計算平均端緣水深，儘可能地消除量測誤差。另，端深比關係式不適用於溢洪口斷面未達全斷面通流之流況。

### (三) 挟砂水流問題

本研究試驗雖然採取清水流條件，惟因端緣水深係屬實際測定值，其與水流含砂與否並無直接關係。換言之，端深比關係式與水流中之含砂量無關。

## 第二節 建議

一、河溪水流流量測定是水文測驗的重要指標之一。但是，其測定受到兩個因素所影響，一是欠缺可資使用的推估公式，另一是欠缺河溪水流流量的實際值(或真值)。前者已由本研究所建立，即利用特定斷面(防砂壩溢洪口斷面)所測定之水深，推估其相應之水流流量，在應用甚屬簡便。但是，它是通過室內渠槽試驗所建立，與現地實際狀況存在的誤差範圍無從得知，而唯一解決的方案是測定河溪水流流量的實際值來進行校正。因此，除了建立端深比關係式外，建議應於河溪現地之適當部位規劃布設堰(weir)，藉以測定水流實際流量，如此即能較好地掌握河溪水流流量。

二、通過測定水深推估水流流量是水文測驗中一種較為簡便的方法，但是這方法必須有一個良好的測定斷面來支撐。一般，在集水區上游野溪中，以橋梁、防砂壩(或潛壩)、固床工等構造物所在斷面是較為合適的部位。其中，橋梁是水深測定的一個很好部位，但其底床常屬動床，在全洪程中底床呈現動態變動，使

得水深測定變得不夠可靠；固床工是突出底床約 1.0m 的橫向阻水構造物，在較大流量下，其上、下游有被浸沒之虞，無法形成一種瓶頸斷面，故僅適用於較小流量。因此，本研究建議集水區上游野溪水位測站應以位於防砂壩溢洪口斷面為佳。

## 參考文獻

1. 水土保持局(2017),「水土保持手冊」。
2. Ahmad Z.(2013). "Quasi Theoretical End Depth Discharge Relationship for Rectangular Channels" Journal Of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, 129:138-141.
3. Davis A. C., Ellett B. G. S., and Jacob R.P.(1998). "Flow Measurement in Sloping Channels with Rectangular Free Overfal", J. Hydraulic Eng., ASCE, 124:760-763.
4. Delleur, J.W., Dodge, J.C.I and Gent, K.W.(1956). "Influence of Slope and Roughness on the Free Over Fall", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 82(HYR).
5. Diskin, M.H.(1961). "The End Depth of A Drop in Trapezoidal Channels", Journal Of Hydraulic Engineering, ASCE.
6. Ferro, V.(1992). "Flow Measurement with Rectangular Free Overfall", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, 118:956-964.
7. Gupta, R.D, Jamfl, M. and Mohsin, M.(1993). "Discharge Prediction in Smooth Trapezoidal Free Overfall (Positive, Zero and Negative Slopes)", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, 119:215-224.
8. Litsa, A. and Evangelos, H.(1995). "General End-Depth Discharge Relationship at Free Overfall in Trapezoidal Channel", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, 121:143- 151.
9. Mohammed M. Y., Ahmed Y. Al-tae and Al-Talib Azza N.(2011). "Gravel Roughness and Channel Slope Effects on Rectangular Free Overfall" Damascus University Journal Vol. (27) - No. (1).
10. Rai, A.S.(1993). "End Depth at A Drop in Rectangular Channels", M.E. Thesis, Civil Engineering Department, Govt. Engg. College, Raipur.



11. Rajaratnam, N.(1962). Discussion of "the End Depth at A Drop in Trapezoidal Chaneels", by M.H. Diskin, Journal of Hydraulic Division, ASCE.
12. Rajaratnam, N. and Muralidhar, D.(1970). "The Trapezodial Free Overfall", Journal of hydraulic Research.
13. Rantz, S.E., et al.(1982). "Measurement and Computation of Streamflow, U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper 2175.
14. Replogle, J.A.(1962). Discussion of "End Depth at Drop in Trapezodial Channels", By M.H.Diskin, Journal of Hydraulic Engg. ASCE.
15. Rouse, H.(1936). "Discharge characteristics of the free overfall", Civ. Eng. 6: 257-260.
16. Rouse, H.(1950). "Engineering Hydraulics, John Wiley & Sons, Inc., New York, 638-661.
17. Schmidt, A. R.(2002). "Analysis of Stage-Discharge Relations for Open-Channel Flows and Their Associated Uncertainties, Ph. D. dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 329p.
18. Sonali Swetapadma, S., Mittal, S. K. and Choudhary , M.K. (2015). "Experimental Analysis of Brink Depth at Rough Rectangular Free Overfall", HYDRO 2015 INTERNATIONAL 20th International Conference on Hydraulics, Water Resources and River Engineering, IIT Roorkee, India, 17-19.
19. Strelkoff, T. and Moyer, M.S.(1970). "Pattern of Potential Flow in A Free Overfall", Journal of Hydraulic Engg. ASCE.
20. Tigrek S., Firat C. E. and Ger A. M.(2008). "Use of Brink Depth in Discharge Measurement", Journal of Irrigation and Drainage Engineering ASCE, 134:89-95.
21. Tiwari H.(1994). "End Depth Computations in Prismatic Channels", M.Tech Thesis, Dept. Of Civil Engg. MANIT, Bhopal.

## 附錄一 審查意見回覆情形

### 野溪水位與流量關係之試驗研究

#### 期末報告書(2023/12/15) 審查意見回覆情形

審查意見	處理回覆情形	章節/ 圖、表	頁碼
1. 日後可作為水位與流量推估，進行河寬護岸高之設計參考。	感謝委員意見，本研究已完成水位與流量推估關係式，可多方面應用於多種斷面實務使用。	第六章	P55
2. 實驗室量測成果如果放大到現場，是否需要做調整。	本實驗屬於經典明渠動能轉換式所推估，與傳統實驗主要採物理模擬趨勢並給定有限條件有所不同，屬於明渠公式之理論探討，本研究所得之端深比值 0.786，可直接應用於現地使用，適合現地使用，國外研究亦介於 0.7~0.8 之間。	第六章	P55
3. 含砂水流的條件雖不做考量，但河床糙度的 effect 屬於定床，這樣水流加大後是否影響最終結果(畢竟可能超越啟動流速或受束縮影響)。	本實驗非採用定床實驗亦有進行鋪砂，差異僅在採用清水流實驗；而現地時，若在山洪暴發之時，渾水條件即使屬於高含砂水濃度也僅於 1~3。 且本研究與現地通洪斷面原則相同，混凝土亦屬於一種定床，故實驗採用鋼板與現地混凝土防砂壩斷面在合理假設上亦屬於共構。	第三章	P33 ~P34
4. 可後續推廣應用於實際案例。	本研究實際應用層面高，後續藉由「水情觀測數據平台」相關水位及斷面數據予以延伸應用。通常採用防砂壩位置較易測得水位，而此水位屬於端緣水深，本研究探討端緣水深與臨界水深之比，並且提出具體可用之公式與比值 0.786。	第六章	P56
5. 室內渠槽試驗與現地條件有很大差異，建議補充應用上之限制，並針對不同現地條件之可能估算結果進行說明。	本實驗屬於經典明渠動能轉換式所推估，與傳統實驗主要採物理模擬趨勢並給定有限條件有所不同，說明如下： 1. 斷面：本研究由於採用標準護岸斷面進行實驗並給定多種斷面形式，在防砂壩現地斷面屬於常規的規則型態時，便能相當有效推估流量。 2. 坡度：採從水平坡開始到常見河川最陡坡度，實驗採取數據可涵蓋常見河川坡度範圍，此一數據實務價值高。	第四章	P29 ~P31